UFFICIO SCOLASTICO REGIONALE PER L'EMILIA-ROMAGNA
IRRE EMILIA-ROMAGNA

MATEMATICA

Ricerca sul curricolo
e innovazione didattica

a cura di
ANNA MARIA BENINI - AURELIA ORLANDONI

Contributi di:
Anna Maria Benini, Nerino Arcangeli, Anna Cristina Canella
Luigi Catalano, Giancarlo Cerini, Bruno D'Amore, Annalisa Fabbri
Martha Isabel Fandiño Pinilla, Alessandra Fiocca, Giorgio Gabellini, Rossella Garuti
Grazia Grassi, Mariangela Lugli, Anna Maria Mamini, Anna Marantonio
Michela Maschietto, Franca Masi, Giorgio Nardini, Aurelia Orlandoni
Maria Giovanna Papoff, Manuela Scarpellini, Caterina Visalli

tecnodid
EDITRICE

Il volume 'Matematica' è il risultato di un lavoro coordinato tra Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna e IRRE Emilia-Romagna, nell'ambito del progetto "Gruppi di ricerca". Il finanziamento è assicurato dall'USR E-R, nell'ambito dell'utilizzazione dei fondi 2004 per la formazione in servizio e dei fondi 2005 e 2006 della legge 440/97 per il sostegno all'autonomia scolastica.

Il Gruppo di ricerca è composto da:
A. M. Benini (coordinatrice), L. Baldazzi, A. C. Canella, D. Cantarello, B. D'Amore, A. Fabbri, A. Fiocca, G. Gabellini, R. Garuti, A. Grassi, G. Grassi, L. Leonardi, G. Liverani, M. Lugli, A. M. Mamini, A. Marantonio, M. Maschietto, F. Masi, G. Nardini, A. Orlandoni, M. G. Papoff, R. Ricci, A. M. Salvucci, M. Scarpellini, G. L. Spada, C. Visalli.
La stesura dei testi è stata curata dagli autori indicati all'inizio di ciascun contributo.

Coordinamento scientifico del progetto di ricerca: Giancarlo Cerini, Nerino Arcangeli
Coordinamento redazionale, editing: Maria Teresa Bertani

Collana "I Quaderni dei Gruppi di ricerca USR e IRRE Emilia-Romagna"
Quaderno n. 6, marzo 2007

Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna
Piazza XX Settembre, 1 - 40121 Bologna - Tel 051 4215711
E-mail: direzione-emiliaromagna@istruzione.it; sito web: www.istruzioneer.it
Direttore Generale: Luigi Catalano
Ufficio V - Formazione, autonomia e iniziative editoriali
Dirigente: Giancarlo Cerini

Codice ISBN: 88-86100-22-1

Stampa Tecnodid editrice, Napoli, marzo 2007

Indice

Parte III – Materiali di approfondimento

Postfazione

Presentazione della Collana

UNA SCUOLA IN CAMMINO

*Luigi Catalano**

**Direttore Generale dell'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna*

Negli anni tra il 2004 e il 2006 si è sviluppata in Emilia-Romagna un'intensa attività di ricerca e formazione sui temi dell'innovazione nella scuola di base, promossa dall'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna in partenariato con l'IRRE Emilia-Romagna.

L'azione di 'ricerca' (in riferimento ai nuovi ordinamenti del primo ciclo e alle innovazioni curricolari nella scuola dell'autonomia) ha previsto la costituzione di sedici gruppi di lavoro (10 su temi di carattere disciplinare, 6 di carattere pedagogico-organizzativo), formati da insegnanti delle scuole impegnate nell'innovazione, da rappresentanti delle associazioni professionali e disciplinari dei docenti, da ricercatori dell'IRRE e dell'Università, da dirigenti tecnici.

L'obiettivo dell'iniziativa era triplice: sviluppare una riflessione critica sui contenuti culturali proposti dall'Amministrazione, commisurare le innovazioni con le migliori pratiche diffuse nelle scuole, affrontare le questioni della valutazione.

I sedici volumi che documentano le attività svolte sono il frutto di collaborazioni scientifiche tra i centri di ricerca didattica e universitaria e le scuole. Il raccordo fra teoria e prassi è garantito in particolare dall'USR E-R e dall'IRRE E-R, con la collaborazione delle associazioni professionali.

I risultati della ricerca dimostrano che il confronto aperto degli attori della ricerca sulle tematiche pedagogiche e su quelle disciplinari rappresenta un momento indispensabile di partecipazione e riflessione critica allo sviluppo della scuola, in relazione ad un territorio fertile dal punto di vista culturale ed educativo come è quello dell'Emilia-Romagna.

La ricchezza delle pratiche innovative, le proposte sul curricolo e sulle costanti pedagogiche che sottendono i modelli didattici di una scuola di eccellenza acquistano un significato pregnante per la costruzione di un curricolo per le scuole dell'Emilia-Romagna, ma si propongono anche come idee, indicazioni e riflessioni utili per il contesto nazionale. Solo la pluralità delle migliori intelligenze potrà contribuire alla costruzione di una scuola aperta e flessibile, accogliente ed equa, in linea con gli orientamenti europei.

Sommessamente, è questo il messaggio positivo che vorremmo diffondere con la pubblicazione della collana dei quaderni di ricerca sul curricolo.

INTRODUZIONE

*Anna Maria Benini**

**Dirigente Tecnico - Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna,
Coordinatrice del Gruppo di ricerca 'Matematica'*

La matematica, amata da alcuni per il suo potenziale di creatività, temuta dai più per la diffusa immagine di rigore formale, rappresenta comunque un pilastro nella formazione del pensiero dei giovani. Soprattutto oggi, nella società di questo nuovo millennio, la richiesta di formazione matematica è forte e ovunque avvertita.

Nell'intento di indirizzare le energie dei docenti verso dinamiche migliorative, utili all'apprendimento degli alunni e ad un loro più sereno rapporto con la matematica, l'USR E-R, in partenariato con IRRE E-R, ha attivato, fra gli altri, il gruppo di ricerca 'Matematica', rispondendo così anche alla legittima richiesta della scuola di essere considerata soggetto attivo nel processo di innovazione che la coinvolge.

Il gruppo 'Matematica', partito con l'intento di approfondire questo significativo ambito disciplinare all'interno della Riforma degli ordinamenti scolastici introdotta con il D. Lgs. 59/2004, ha in realtà perseguito il più ampio obiettivo di far emergere la consapevolezza che il vero problema non è quello di ottemperare o contrastare la proposta di riforma del momento, ma di individuare e realizzare modalità didattiche e strumenti idonei a supportare e migliorare l'apprendimento di tutti gli allievi e a sviluppare nei ragazzi quelle abilità e competenze di base indispensabili ai giovani cittadini, perché rispondenti alle necessità sociali riconosciute e condivise.

Pur limitando le riflessioni ed i prodotti al primo ciclo scolastico, il gruppo, coordinato da Anna Maria Benini, ha visto la partecipazione ed il contributo attivo di 21 membri[1] di diversa caratterizzazione professionale: docenti universitari, insegnanti di scuola primaria o di scuola secondaria di primo e di secondo grado, in servizio o distaccati presso la facoltà di Scienza della formazione o presso l'IRRE E-R. La variegata composizione e la collaborazione all'interno del gruppo hanno consentito confronti assai costruttivi, arricchimento reciproco, ampliamento dei propri orizzonti, presa in carico, da parte di tutti, dei problemi, delle aspettative e delle conquiste nel lavoro in classe dei docenti dei vari gradi scolastici, in un clima di rispetto e di interesse per l'operato degli altri.

Si è realizzato un sostanziale processo di continuità didattica, nella direzione di una ragionata e sostenibile costruzione di un curricolo verticale di matematica in grado di abbattere finalmente barriere e pregiudizi che spesso ostacolano il percorso dei ragazzi.

---

[1] A. M. Benini (coordinatrice), L. Baldazzi, A. C. Canella, D. Cantarello, B. D'Amore, A. Fabbri, A. Fiocca, G. Gabellini, R. Garuti, A. Grassi, G. Grassi, L. Leonardi, G. Liverani, M. Lugli, A. M. Mamini, A. Marantonio, M. Maschietto, F. Masi, G. Nardini, A. Orlandoni, M. G. Papoff, R. Ricci, A. M. Salvucci, M. Scarpellini, G. L. Spada, C. Visalli.

Parte I

Dalla disciplina ai curricoli

INSEGNARE MATEMATICA NEL PRIMO CICLO: UN'ANALISI COMPARATA DI CURRICOLI

Anna Maria Benini, Aurelia Orlandoni***

**Dirigente Tecnico - Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna*
***Ricercatrice - IRRE E-R*

Dopo il "Rapporto europeo sulla qualità dell'istruzione" del 2000, che ha fatto da sfondo alla Conferenza di Lisbona ed ai suoi obiettivi, ritenuti concordemente strategici per tutti i Paesi dell'Europa, si parla sempre più diffusamente di matematica in termini di 'apprendimento di base' e, in quanto tale, da sviluppare e garantire per tutti i giovani, come elemento irrinunciabile nella loro formazione.

La matematica nella scuola sta passando così da un ruolo di *élite* ad uno di base; alla tradizionale e ancora diffusa immagine ricca di formalismi, automatismi e artifizi e di azioni in gran parte riproduttive o applicative, si cerca di sostituire un'immagine dinamica, a forte valenza formativa, che necessita di ambienti funzionali al suo apprendimento e di opportune strategie didattiche.

Il rapporto degli studenti con la matematica e con il suo apprendimento, lo sviluppo di competenze matematiche ed in matematica sono stati per lungo tempo ritenuti indipendenti dall'insegnamento e dall'operato della scuola, quasi un fatto individuale del singolo studente e raramente intesi come il prodotto di un'intenzionalità didattica. In realtà è ancora poco diffuso il convincimento della possibile realizzazione di una 'Matematica per il cittadino' intesa come percorso di acquisizione di competenze matematiche alla portata di tutti e, ancor più, di un diritto di ciascuno per il sostanziale esercizio della propria cittadinanza.

Negli ultimi tempi, inoltre, la scuola italiana, in particolare quella del primo ciclo, è stata coinvolta nella riforma degli ordinamenti scolastici (D. Lgs 59/2004) che non ha riguardato solo aspetti organizzativi, ma è entrata anche nel cuore dell'azione che la scuola stessa è chiamata a svolgere, e cioè nei curricoli delle discipline, per gli aspetti dei contenuti e delle abilità da sviluppare e delle competenze attese.

Allo scopo di migliorare il rapporto tra gli elementi innovativi prospettati e gli insegnanti che dovrebbero accoglierli e realizzarli nelle loro classi, è emersa la condivisa necessità di elaborare un supporto concreto per fornire una chiave di lettura, equilibrata e propositiva, delle nuove sollecitazioni in atto, non solo sul piano normativo, ma anche in relazione alle considerazioni disciplinari più accreditate e alla consolidata ricerca in didattica della matematica.

Diverse sono le domande ed i problemi che richiedono una risposta, almeno interlocutoria.

• Quale il divario fra sapere *matematico,* sapere *da insegnare* (indicazioni dei nuovi curricoli) e sapere *insegnato* (prassi didattica)?

• Quali le convergenze e le divergenze fra nuovi e vecchi programmi soprattutto in funzione della continuità verticale?

• Quali le conoscenze, le abilità e le competenze attese alla fine della scuola secondaria di primo grado, individuabili anche sulla base degli allegati al testo di riforma degli ordinamenti del 2004 (Indicazioni Nazionali e PECUP[2]), focalizzando comunque l'attenzione su quanto necessario per il futuro dei ragazzi?

---

[2] Si riportano di seguito i punti più direttamente legati alla Matematica, presenti nel PECUP (Profilo dello studente alla fine del primo ciclo di istruzione - allegato D al D. Lgs. n. 59/2004 di Riforma degli ordinamenti scolastici); si invita il lettore ad una lettura attenta dello stesso per l'individuazione degli obiettivi trasversali conseguibili anche attraverso la Matematica e degli elementi che caratterizzano un *alunno competente:*

- *esegue semplici operazioni aritmetiche mentalmente, per iscritto e con strumenti di calcolo, legge dati rappresentati in vario modo, misura una grandezza, calcola una probabilità, risolve semplici problemi sul calcolo di superfici e volumi dei solidi principali; padroneggia concetti fondamentali della matematica e riflette sui principi e sui metodi impiegati; legge la realtà e risolve problemi non soltanto impiegando forme verbali o iconiche, ma anche forme simboliche caratteristiche della matematica (numeri, figure, misure, grafici, ecc.), dando particolare significato alla geometria; per risolvere problemi concreti e significativi, sa organizzare una raccolta dati, ordinarla attraverso criteri, rappresentarla graficamente anche con tecniche informatiche, interpretarla; adopera il linguaggio e i simboli della matematica per indagare con metodo cause di fenomeni problematici in contesti vari, per spiegarli, rappresentarli ed elaborare progetti di risoluzione;*
- *osserva la realtà, per riconoscervi, anche tramite l'impiego di appositi strumenti tecnici, relazioni tra oggetti o grandezze, regolarità, differenze, invarianze o modificazioni nel tempo e nello spazio; giunge alla descrizione-rappresentazione di fenomeni anche complessi in molteplici modi: disegno, descrizione orale e scritta, simboli, tabelle, diagrammi grafici, semplici simulazioni; individua grandezze significative relative ai singoli fenomeni e processi e identifica le unità di misura opportune; effettua misurazioni di grandezze comuni usando correttamente gli strumenti; esplora e comprende gli elementi tipici di un ambiente naturale ed umano inteso come sistema ecologico; sviluppa atteggiamenti di curiosità, attenzione e rispetto della realtà naturale, di riflessione sulle proprie esperienze, di interesse per i problemi e l'indagine scientifica; è consapevole che la comprensione dei concetti scientifici necessita di definizioni operative che si possono ottenere soltanto con la ricerca e con esperienze documentate e rinnovate nel tempo; comprende che i concetti e le teorie scientifiche non sono definitive, ma in continuo sviluppo, al fine di cogliere aspetti sempre nuovi, diversi e più complessi della realtà.*

In particolare si ritiene importante portare all'attenzione dei docenti di matematica del primo ciclo di istruzione nuclei di riflessione che aprano il dibattito non tanto sul problema, in realtà di ridotto interesse, di quale contenuto in più o in meno proporre, ma sul come articolare il curricolo, quali atteggiamenti degli alunni osservare, anche attraverso i risultati ottenuti, come individuare l'insorgere di conflitti cognitivi, di misconcezioni e di altri ostacoli di natura didattica o epistemologica da tenere sotto controllo da parte del docente.

Uno dei nodi significativi che dovrà essere oggetto di un adeguato ulteriore approfondimento è poi la necessità, a dire il vero non da tutti sentita o apprezzata, di passare dalla matematica oggetto di conoscenza (competenza in matematica) alla matematica come atteggiamento e come strumento di conoscenza (competenza matematica); ciò che a livello operativo implica il passaggio dal programma per contenuti al curriculum per competenze.

E ancora, far insorgere la consapevolezza che non ci sono competenze diverse per ciascun livello scolastico, ma diversi livelli per ogni competenza.

Emerge così, ma non come fatto meramente emotivo, la delicatezza del lavoro dell'insegnante, chiamato quotidianamente ad operare una corretta trasposizione didattica, che consiste nell'estrarre un elemento di sapere dal suo contesto (universitario, sociale, ecc.) per riambientarlo nel contesto sempre singolare e sempre unico, della propria aula.

Partendo dunque dalle sollecitazioni innovative sopra richiamate e sulla base dei documenti ufficiali e delle considerazioni disciplinari più accreditate, si sono elaborati confronti, analisi e riflessioni su divergenze e convergenze fra vecchi e nuovi programmi, con particolare attenzione anche alla coerenza delle linee di sviluppo verticale all'interno del primo ciclo e in prospettiva verso il secondo. Il tutto alla luce del necessario richiamo alla consolidata ricerca in didattica della matematica, alle direzioni verso le quali guidarne l'apprendimento, comprensivo dei suoi aspetti di trasversalità, e alle strategie più corrette e produttive anche a superamento di ingenue, ma ancora diffuse, illusioni didattiche.

Sono state così costruite tabelle comparative fra i programmi precedenti (di scuola elementare e media), le proposte UMI[3] del 2001 e le Indicazioni Nazionali del 2004, con lo scopo prioritario di riflettere, attraverso l'analisi ed il raffronto fra le tre impostazioni, fra i contenuti proposti ed il lessico utilizzato, su *come* e in *che cosa* la prassi didattica consolidata si differenzia dalle indicazioni normative, passate o attuali, e dalle proposte culturali degli esperti disciplinari. È cosa nota, infatti, che col passare degli

[3] È stato utilizzato come elemento di confronto il documento "Matematica 2001: la matematica per il cittadino" predisposto dall'UMI - Unione Matematica Italiana sulla base di una convenzione con il MIUR. Il documento contiene una proposta articolata di curricolo e una serie di esemplificazioni di attività da svolgere in classe sviluppate da docenti di scuola primaria e secondaria di primo grado. È scaricabile all'indirizzo:

http://umi.dm.unibo.it/italiano/Didattica/didattica.html.

anni gli insegnanti, sulla base dell'esperienza e delle sollecitazioni esterne, modificano, aggiustano, interpretano i programmi, nell'intento di ottenere, da parte degli allievi, prestazioni ritenute più funzionali al proseguimento del percorso scolastico. Ciascun insegnante di fronte a nuove proposte accreditate, istintivamente cerca di ritrovare gli elementi di continuità e non quelli di differenziazione rispetto alla sua prassi didattica.

Anche all'interno del gruppo, pur rappresentativo dei docenti più attenti, non sempre e non tutti gli elementi di discontinuità sono stati immediatamente accolti come positivo stimolo. Ad esempio ha suscitato perplessità il fatto che nella scuola primaria non si faccia esplicito riferimento al termine Aritmetica, ma che tutto sia ricondotto al nucleo 'Il numero'.

Una novità salutata invece in modo positivo è stata l'introduzione dei nuclei 'Introduzione al pensiero razionale', 'Le relazioni' e 'Dati e previsioni' sia nella scuola primaria sia in quella secondaria di primo grado. E ciò nonostante il fatto che la carenza, se non addirittura la mancanza, di prassi didattiche condivise e consolidate in questi ambiti faccia insorgere timori di inadeguatezza da parte degli insegnanti.

Nel complesso si registra un certo disagio per l'assenza, nelle nuove proposte programmatiche del 2004, di indicazioni metodologiche, che fino ad ora erano state sempre presenti. Ciò dovrebbe essere inteso come posizione rispettosa dell'autonomia didattica dei docenti ma in realtà, anche all'interno del gruppo, l'attenzione si è istintivamente volta con interesse alle Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali che, sebbene non completate e non divulgate formalmente, rappresentano comunque la chiave di lettura per le indicazioni stesse e un punto di riferimento in qualche modo rassicurante.

In questa fase di lavoro del gruppo di ricerca, pur avendo dovuto escludere la possibilità di attività e di validazioni da realizzare direttamente all'interno delle scuole e delle classi, tuttavia la presenza di diversi insegnanti impegnati 'sul campo' ha consentito di mantenere un collegamento, sia pure indiretto, con la realtà scolastica, anche se non sfugge l'importanza di stabilire un rapporto 'caldo' con chi sta operando nelle classi, un rapporto che sappiamo essere preferito rispetto ai dialoghi virtuali, perché anima la tensione e il *pathos*, coinvolgendo anche i più restii e gli indifferenti.

Le domande certo si moltiplicheranno e le obiezioni pure.

• Come realizzare l'interconnessione fra la funzione strumentale e quella culturale della matematica?

• Come fare a prestare la dovuta attenzione non solo agli aspetti algoritmici e addestrativi, ma anche a quelli strategici e comunicativi che debbono caratterizzare il percorso di apprendimento?

• Come ottemperare all'esigenza di un duplice sbocco formativo in ambito matematico: il conseguimento di competenze matematiche e in matematica?

• Quali fra i documenti prodotti dalle scuole possono connotarsi come Unità di Apprendimento. Quali, in essi, il ruolo ed il peso degli aspetti strettamente disciplinari della matematica, rispetto a quelli di portata più trasversale?

• Quali gli elementi di connessione con le abilità e le competenze che caratterizzano le prove nazionali INValSI per la valutazione degli apprendimenti o quelle internazionali OCSE-PISA?

Una rinnovata attenzione alla riflessione e alla ricerca didattica porterà certo a proposte operative in risposta a queste e ad altre domande, in una visione costruttiva e sempre dinamica dell'insegnamento e del conseguente apprendimento.

Quanto viene di seguito proposto è un primo risultato del lavoro del gruppo di ricerca 'Matematica' e si articola in due parti coessenziali:

- un'introduzione metodologico-didattica che, partendo dalla più recente e consolidata ricerca in didattica della matematica per la fascia di età 6-14 anni, sviluppata in campo nazionale e internazionale, evidenzia le direzioni verso le quali guidare l'apprendimento della matematica, anche nei suoi necessari aspetti di trasversalità, e le strategie più corrette e produttive. In questo quadro, assume una precisa e significativa rilevanza anche il ruolo di un approccio all'insegnamento di tipo storico. È noto, infatti, che lo sviluppo delle idee matematiche e delle loro applicazioni è parte integrante dello sviluppo della civiltà e si presenta come un cammino faticoso, non lineare, fatto di tentativi non sempre riusciti, la cui consapevolezza può far accettare anche sensi di inadeguatezza di fronte agli insuccessi scolastici e favorire l'apprendimento disciplinare e la formazione educativa dell'allievo.
- un contributo di analisi, comparazione e riflessione su divergenze e convergenze fra diverse proposte programmatiche a partire da documenti istituzionali e da considerazioni disciplinari accreditate:

  - D.P.R. 104/1985 - Programmi didattici per la scuola primaria;
  - D.M. 9 febbraio1979 - Programmi per la scuola media;
  - D.Lgs. 59/2004: *allegati B e C* - Indicazioni Nazionali per i piani di studio personalizzati nella scuola primaria e nella secondaria di primo grado e *allegato D* - PECUP (Profilo Educativo Culturale e Professionale dello studente alla fine del primo ciclo di istruzione);
  - "Matematica 2001: la matematica per il cittadino" prodotto da UMI (Unione Matematica Italiana) sulla base di una convenzione con il MIUR;
  - Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella scuola primaria (materiale di lavoro per gli insegnanti inizialmente pubblicato nella sezione del sito del Ministero dedicata alla Riforma).

L'analisi è stata sviluppata nucleo per nucleo ('Il numero', 'Geometria', 'La misura', 'Introduzione al pensiero razionale', 'Le relazioni', 'Dati e previsioni') sia per la scuola primaria sia per quella secondaria di primo grado.

La terza parte contiene materiali di approfondimento estratti dai documenti citati e un glossario, essenziale alla comprensione della terminologia tecnica utilizzata.

Ci si augura che questo contributo possa essere di aiuto agli insegnanti impegnati per il miglioramento degli apprendimenti di base in matematica e soprattutto che anche questa disciplina possa presentarsi ai ragazzi nel suo aspetto più accattivante ed essere finalmente accettata e amata come merita.

DALLA CONOSCENZA ALLA COMPETENZA NELL'EDUCAZIONE MATEMATICA

Bruno D'Amore, Martha Isabel Fandiño Pinilla**

**Professore straordinario - Dipartimento di Matematica, Università di Bologna*
***Professore a contratto - Dipartimento di Matematica, Università di Bologna*

L'educazione matematica deve contribuire alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. Le competenze del cittadino, al cui raggiungimento concorre l'educazione matematica, sono per esempio: esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, risolvere e porsi problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, operare scelte in condizioni di incertezza.

In questo breve documento si analizza un punto di vista in cui la 'competenza' è proposta in termini di processo di insegnamento-apprendimento, dando enfasi sulla necessità di basare l'interpretazione di apprendimento anche sull'assunzione di responsabilità da parte dello studente nella costruzione della propria conoscenza.

Varie accezioni del termine 'competenza'

'*Competenza*' è parola usuale del vocabolario, ma ogni sua definizione è piuttosto variegata. Una sua utilizzazione in campo didattico o, meglio, nel processo di insegnamento-apprendimento, si è diffusa a macchia d'olio negli ultimi due decenni o poco più, ma è esplosa in ogni ambito didattico solo nell'ultima dozzina d'anni.

Intendiamo per 'processo di insegnamento-apprendimento' qualsiasi situazione che preveda questi due processi sia singolarmente sia in interazione tra loro, espliciti ed intenzionali.

Intendiamo per 'campo' o 'ambito' didattico un processo di insegnamento-apprendimento sul quale si agisce tenendo conto delle peculiarità dei risultati della ricerca in didattica. È sempre sottinteso che qui si parla della sola disciplina 'matematica'[4].

In alcuni Paesi la discussione su questo punto è rimasta a lungo soprattutto legata al livello teorico di discussione pedagogica, come in Italia; in altri, come in molti Paesi di America Latina, Spagna, Belgio, Portogallo, USA, ecc., è penetrata subito negli uffi-

---

[4] Per approfondimenti si rimanda al contributo di Bruno D'Amore, Michela Maschietto "Elementi essenziali di Didattica della Matematica", pubblicato nel quaderno n.1 della collana "Gli strumenti" dell'USR E-R, Anna Maria Benini (a cura di), *ValMath - Valutare in Matematica*, Tecnodid, Napoli, 2005. Tuttavia, nello stesso documento si evidenzia un aspetto a nostro avviso fondamentale, quando si afferma che una competenza non può ridursi a mere componenti cognitive, ma deve contenere diverse componenti da ascriversi al sapere, alle capacità, agli atteggiamenti (Ghisla, 2002).

ci ministeriali o simili, nel tentativo di coniugare verso questo termine ogni tipo di attività, soprattutto per quanto concerne:

- la determinazione del curricolo;
- le attività didattiche;
- la valutazione.

A questo punto l'interpretazione del termine è diventata assai più complessa, tanto che si è reso necessario tentare di giungere ad una definizione sulla quale tutti gli studiosi potessero concordare, ma ciò, in realtà, non è ancora accaduto.

Nell'ambito dei Convegni internazionali DeSeCo (*Definition and Selection of Competencies: Theoretical and Conceptual Foundations*), si è tentato un panorama ampio di molte delle definizioni possibili (Weinert, 2001) per arrivare, per ora, alla seguente sintesi: "una competenza è la capacità di affrontare un problema complesso o di svolgere un'attività complessa", definizione che sembra più una voce di dizionario che non la base per una nuova visione della didattica.

Risulta così confermato quanto già da tempo affermato da vari autori (per esempio, D'Amore, 2000), e cioè che:

- nell'idea di competenza debba confluire anche una componente relativa ad atteggiamenti;
- la competenza vada ascritta *allo studente* (relativa cioè alla fase dell'apprendimento) piuttosto che *all'insegnante* (relativa cioè alla fase dell'insegnamento).

D'altronde, in Roegiers (2000) la competenza è definita come "la possibilità, per un individuo, di mobilitare in modo interiorizzato un insieme integrato di risorse in vista di risolvere una situazione appartenente a una famiglia di situazioni-problema". [Si noti che ogni termine è qui definito in modo rigoroso e che, in particolare, la 'mobilitazione' è riferita a conoscenze]. In tale definizione si parla di 'possibilità' e dunque di uno stato latente e potenziale e non attuale, più vicino dunque ad un atteggiamento che non ad un fare. Lo stesso Autore, in corrispondenza privata, suggerisce che quando si dice 'risolvere una situazione appartenente a…', quell'*una* significa *una qualsiasi*; ed aggiunge che, se si parla di competenza in ambito scolastico, allora bisogna aggiungere a 'situazione' l'aggettivo 'significativa'. A noi sembra rilevante l'accentuazione sul carattere di 'potenzialità' della definizione di competenza data da questo Autore.

Cercheremo di paragonare questa posizione a quella che è data in D'Amore (2000): "Competenza è concetto complesso e dinamico:

- complesso: si tratta dell'insieme di due componenti: *uso* (esogeno) e *padronanza* (endogena) anche elaborativi, interpretativi e creativi, di conoscenze che collegano contenuti diversi;
- dinamico: l'uso e la padronanza non sono l'unica espressione della competenza; la competenza racchiude in sé come oggetto non solo le conoscenze chiamate in causa, ma fattori meta-conoscitivi: l'accettazione dello stimolo a farne uso, il desiderio di farlo, il desiderio di completare le conoscenze che si rivelassero, alla prova dei fatti, insufficienti e dunque lo stesso desiderio di aumentare la propria competenza".

Per capire a fondo questa definizione, occorre ricordare che, per lo stesso autore: "Una conoscenza è, allo stesso tempo:

- la rielaborazione di contenuti in modo autonomo, per raggiungere una meta
- il risultato di tale elaborazione.

Una conoscenza può coinvolgere uno o più contenuti" e "Un contenuto è una porzione limitata di sapere, ristretta ad un certo ambito e limitata ad un certo soggetto, un certo tema specifico, un certo elemento di tale sapere".

Da qui si evince che in questa interpretazione:

- la base della competenza è una porzione di sapere, un contenuto;
- l'insieme dell'elaborazione del contenuto con il risultato di questa elaborazione costituisce la conoscenza (che dunque è già di per sé dinamica e coinvolge l'allievo, più che l'insegnante);
- la competenza è non solo l'uso e la padronanza di tali conoscenze (sempre dunque riferite all'allievo), ma pure un insieme di atteggiamenti che mostrano la disponibilità 'affettivamente positiva' a volerne far uso (sempre da parte dello studente).

Nella proposta di Roegiers, che, secondo noi, ha una visione separabile in componenti attuale e potenziale, questi aspetti 'affettivi' non emergono con la stessa forza, anche se, nelle sue proposte operative, essi sono sempre presenti.

In Arzarello, Robutti (2002) si afferma che le competenze "devono costituire un bagaglio (non tanto di nozioni, quanto delle abilità di risolvere situazioni problematiche, sapendo scegliere risorse, strategie e ragionamenti) per il cittadino". Torneremo in seguito su questa posizione.

Competenza e apprendimento

In ogni caso ed in ogni interpretazione, dunque, appare evidente che tutto quanto concerne l'idea stessa di competenza sembra essere più naturalmente legato, nel processo di insegnamento-apprendimento, alle intenzioni, alle potenzialità, alla volizione *del soggetto che apprende*.

È per questo che contrastiamo, non comprendendolo, il vezzo attuale di trasformare tutto ciò in una mera attività didattica di insegnamento, alla quale, in più parti, si sta dando il nome di 'insegnare *per* competenze'.

Ora, è vero che la lingua italiana sa essere ambigua, e spesso più di altre:

- in inglese, sarebbe diversificata l'intenzionalità di una frase di questo tipo a seconda dell'uso della preposizione: '*through*' (come sembra volersi interpretare in italiano) che significa 'attraverso, per mezzo di', in senso di mezzo o strumento; '*for*' che significa 'allo scopo di, verso', in senso finalista. Nel primo caso, la competenza diventa una modalità didattica di insegnamento, nel secondo uno scopo, un obiettivo da far raggiungere;
- in spagnolo, l'analogo nell'ordine potrebbe essere reso con '*por*' e '*para*'.

Che cosa significa 'insegnare *per* competenze', dunque? Proprio un'interpretazione della posizione di Roegiers e certe sue esemplificazioni sembrano proporre agli insegnanti delle situazioni-problema di una data 'famiglia' attraverso le quali gli studenti potrebbero motivarsi a tal punto da voler risolvere i singoli problemi, anche con interventi creativi.

Situazioni-problema e campi

L'idea di creare situazioni-problema di una stessa 'famiglia' non può non far venire in mente le tre teorie seguenti[5]:

- i 'campi concettuali' di Vergnaud (che risalgono ai primi anni '80);
- i 'campi di esperienza' di Boero (che risalgono agli anni '80);
- i 'campi di semantici' di Boero (che risalgono alla fine degli anni '80, inizio '90).

I *campi concettuali* sono grandi sistemi di situazioni la cui analisi e trattamento richiedono vari tipi di concetti, procedimenti e rappresentazioni simboliche che sono connesse l'una con l'altra (Godino, 1991). Per esempio: le strutture additive, il campo concettuale delle strutture moltiplicative ecc. "La teoria dei campi concettuali è una teoria cognitivista che si propone di fornire un quadro coerente e alcuni principi di base per lo studio dello sviluppo e dell'apprendimento di *competenze* complesse" (Vergnaud, 1990) [il corsivo è nostro].

I *campi di esperienza* sono "un settore dell'esperienza (reale o potenziale) degli allievi identificabili da essi, unitario, dotato di specifiche caratteristiche che lo rendono adatto (sotto la guida dell'insegnante) per attività di modellizzazione matematica, proposizione e risoluzione di problemi matematici, ecc." (Boero, 1989). Per esempio: Macchine, Scambi economici, Terra e Sole, ecc.

I *campi semantici* riguardano un aspetto "dell'esperienza umana (inerente la conoscenza della natura, o l'azione sul mondo che ci circonda, o la realtà artificiale e i sistemi di convenzioni prodotti dall'uomo, o le costruzioni culturali dell'uomo) che si presenta al *ricercatore*, in uno o più campi di esperienza, come unitario, non ulteriormente scomponibile, e razionalizzabile solo attraverso un uso pertinente, intenso e significativo di concetti e/o procedure disciplinari (matematiche e/o non matematiche)" (Boero, 1989, 1992, 1994). Per esempio: Ombre del Sole, Percorsi a piedi, Calcolatrici tascabili, ecc.

A noi pare piuttosto evidente che una gran parte di quella produzione attuale (dei primi anni 2000) che tende a vedere la problematica delle competenze come una strategia, una tecnica didattica, una scelta del docente, trovi invece una spiegazione ed una sistemazione teorica nei tre *campi* considerati poco sopra e non sia per nulla significativa, quanto alla decisione valutativa, se lo studente stia o no creandosi *competenze* attraverso il semplice ricorso ad una *famiglia di situazioni-problema*.

Inoltre, già nella definizione dei tre *campi* risultano evidenti i ruoli specifici che hanno gli allievi, gli insegnanti ed i ricercatori, ruoli per nulla suscettibili di confusione tra loro.

[5] Per una trattazione più estesa si rinvia a D'Amore (1999, capitolo 12).

Competenza e apprendimento

Tutto ciò mostra, a nostro avviso, che l'idea di competenza non può essere ascritta alla pratica d'insegnamento e che dunque semplicemente non abbia senso parlare di 'insegnare *per* competenze' (nel senso di '*through*' o di '*por*'); la competenza è il fine ultimo, il macro-obiettivo didattico generale, specifico per una o più conoscenze, dunque per più contenuti di una data disciplina. Tuttavia, la competenza ha una valenza affettiva e di atteggiamento così forte, da travalicare i contenuti disciplinari stretti.

In altre parole, per esempio:

- se è vero che le proprietà dei parallelogrammi costituiscono dei contenuti (saperi) all'interno della disciplina 'matematica';
- solo una loro rielaborazione cosciente ed attiva (sapere e saper fare), con un risultato positivo di tale rielaborazione costituisce una *conoscenza*; si vede subito che già la conoscenza implica particolari atteggiamenti ed il passaggio da motivazione a volizione;
- infine, mentre 'uso' (in situazioni problema) e 'padronanza' (elaborativi, interpretativi e creativi) relativi ad un contenuto sembrano dimostrare solo conoscenza, quando si tratta di comporre competenze su contenuti diversi, anche 'osando' al di là delle consuetudini della vita d'aula, dunque creando collegamenti tra conoscenze diverse, nasce l'idea di superamento della semplice conoscenza verso la competenza: ciò si esplicita non soltanto attraverso la constatazione della costruzione di una conoscenza, ma anche attraverso atteggiamento, volizione, gusto, desiderio… non solo di far uso delle conoscenze possedute, ma anche di completare le conoscenze che si rivelano insufficienti nel corso del loro uso, dunque la volontà esplicita di completare conoscenze specifiche, per esempio attraverso l'appropriazione di taluni contenuti che mancano per raggiungere uno scopo. In questo atteggiamento di disponibilità, ben si colloca l'idea di usare e manifestare la competenza fuori del mondo della scuola, nella vita quotidiana, da 'cittadini' (com'è detto nella versione di Arzarello, Robutti, 2002) invece che da 'studenti'.

Competenza ed 'azione didattica'

Tutto ciò naturalmente comporta riflessioni profonde su vari aspetti del campo didattico:

- ridefinire l'azione didattica ed in particolare la *trasposizione didattica* e *l'ingegneria didattica*;
- ridefinire il 'rapporto al sapere' dello studente (Chevallard, 1989, 1992; Schubauer Leoni, 1997; D'Amore, 1999) ed il ruolo dell'azione di mediazione dell'insegnante tra allievo e sapere;
- ridefinire tutte le relazioni tra i tre 'poli' del 'triangolo della didattica' (D'Amore, Fandiño, 2002);
- ridefinire le attività d'aula (pur sembrando la cosa più banale, è invece la più auspicata a tutti i livelli della 'noosfera' e da tutti gli insegnanti);
- ridefinire termini e canoni della valutazione in senso criteriale e tenendo conto non solo delle performance, ma anche degli atteggiamenti (come, d'altra parte, da tempo si auspica) (Fandiño Pinilla, 2002).

Abbiamo voluto porre in modo esplicito i 5 punti precedenti, facendoli tutti iniziare con lo stesso verbo, per puntualizzare la 'sfida' che appare come novità in questo agire didattico. Non si può pensare che il tutto si risolva con il cambiamento di un termine: qui si tratta di una vera e propria rivoluzione della quale appena si intravedono contorni e limiti. Tale cambiamento comporta modifiche profonde nella dinamica di aula, modifiche che vogliamo riassumere nella seguente tabella per dare loro visibilità immediata e schematica:

ieri	*oggi*	*domani*
trasmettere conoscenze	attivare la costruzione delle conoscenze	favorire la costruzione delle competenze
⇓	⇓	⇓
ripetere conoscenze disciplinari	creare situazioni a-didattiche	?

Il punto interrogativo trova, a nostro avviso, una prima risposta già nelle pagine stesse di questo scritto; ma l'attività docente è ancora tutta da definire.

Nodi concettuali. Nuclei fondanti

Supponiamo di lavorare didatticamente per far costruire competenze. Si tratta allora di scegliere contenuti che costituiscano il cardine, il cuore, il *nucleo* attorno al quale coagulare possibili altri contenuti, all'interno di un tema disciplinare che risulti di un qualche interesse didattico. In altre parole, più che dispiegare e sciorinare un lungo elenco di tanti contenuti, quel che occorre cercare di fare è di vagliare con estrema accuratezza e con molta sagacia didattica quelli che oramai si chiamano i 'nuclei fondanti', disciplina per disciplina (altri li chiamano 'nodi concettuali'). In D'Amore (2000) si afferma che: "Per nucleo fondante di una data disciplina potremmo intendere dei contenuti-chiave per la struttura stessa della disciplina, non tanto sul piano meramente didattico, quanto sul piano fondazionale, espistemologico". Ovviamente, se nella *definizione* di nucleo o nodo interviene la componente fondazionale (storica ed epistemologica) della disciplina, nel loro coinvolgimento come azione didattica, invece, la riflessione sulla didattica è di definitiva importanza: "Si tratta di elaborare strategie didattiche nelle quali lo studente viene non attirato a prendere in esame catene di contenuti, ma a partecipare alla costruzione della sua propria competenza a partire da concetti scelti in modo tale da costituire interesse di per sé e sviluppi che coinvolgono ed amalgamano altri contenuti ritenuti chiave nello sviluppo della disciplina (la storia e l'epistemologia delle singole discipline possono aiutare molto in questa fase)" (D'Amore, 2000).

A nostro avviso, qui sì che si può parlare di *insegnare per nuclei fondanti* piuttosto che *per contenuti*, accettando che ciò significhi: "tessere una rete concettuale, strategica e logica fine ed intelligente, non certo ridurre le richieste; anzi, la scelta del nucleo è un modo per provare la tenuta delle sfide culturali! Ogni concetto è in realtà, come deve essere, il traguardo di un complesso sistema a maglie: d'altra parte, non esistono concetti totalmente isolabili e fanno parte di un concetto reti di relazioni più che singoli 'oggetti' concettuali" (D'Amore, 2000).

Affermano anche Arzarello e Robutti (2002): "Il punto cruciale del raccordo tra gli aspetti di lungo termine con quelli più a breve termine è la scelta dei contenuti, che possono essere organizzati in assi portanti che percorrono l'intero ciclo di formazione: i nuclei, ossia quei concetti fondamentali che ricorrono in vari luoghi di una disciplina e hanno perciò valore strutturante e generativo di conoscenze". E poi proseguono: "I nuclei fondanti possono definirsi tali quando assumono un *esplicito valore formativo* rispetto alle competenze di cui sono i supporti. Per poterli individuare, non possiamo rimanere solo sul piano storico-epistemologico, ma dobbiamo impiegare contemporaneamente *anche* gli strumenti della ricerca psicopedagogica e didattica. È questo il punto chiave su cui occorre riflettere".

Nodi, nuclei e didattica

Se vogliamo entrare di più nel discorso didattico, più che di processo di insegnamento-apprendimento, qui si tratta soprattutto di un complesso sistema di *azioni pratiche* (come direbbe Juan Godino) che proseguono tra scelte di situazioni didattiche ed a-didattiche, nelle quali ultime lo studente accetta il suo ruolo non di ripetitore passivo di quanto gli è stato insegnato, ma di attore protagonista della costruzione. A questo va aggiunto, come necessario corollario, l'educazione al gusto dell'implicazione personale, al gusto dell'assunzione di responsabilità nel processo di costruzione dapprima di conoscenza e poi di competenza, al gusto della sfida, al gusto della valutazione (quasi) autonoma dei risultati raggiunti, al gusto della spendibilità delle competenze raggiunte, non solo all'interno della scuola (cioè all'interno del sistema didattico), ma soprattutto fuori, come *cittadino*.

Tutto questo, certo, non è ascrivibile ad *un ben determinato ciclo scolastico*, ma diventa necessariamente la costante della continuità educativa.

Bibliografia

F. Arzarello, O. Robutti, *Matematica*, La Scuola, Brescia, 2002.

P. Boero, *Campi semantici nell'insegnamento-apprendimento della matematica: riflessioni su problemi di concettualizzazione e mediazione linguistica connessi ad esperienze di innovazione curricolare*, in "Report Seminario Nazionale di Pisa", Dattiloscritto, 1989.

P. Boero, *The crucial role of semantic fields in the development of problem solving skills in the School Environment*, in J. P. Pedro Ponte, J. F. Matos, F. Fernandes (eds.), *Mathematicals Problem Solving and New Information Technologies*, Springer Verlag, Heidelberg - Berlin, 1992.

P. Boero, (1994), *Experience fields as a tool to plan mathematics teaching from 6 to 11*, in "Proceedings II German-Italian Joint Symposium on Mathematics Education", IDM, Bielefeld, 1999, pp. 45-62.

M. Bonilla Estevéz, M. I. Fandiño Pinilla, J. H. Romero Cruz. *La valutazione dei docenti in Colombia. Alcuni punti di riflessione*, in "La matematica e la sua didattica", 4, 1999, pp. 404-419.

Y. Chevallard, *Le concept de rapport au savoir. Rapport personel, rapport institutionel, rapport officiel*, in "Séminaire de Grenoble", Irem d'Aix de Marseille,1989.

Y. Chevallard, *Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche antropologique*, in "Recherches en didactique des mathématiques", 12, 1, 1992, pp. 73-112.

B. D'Amore, *Elementi di didattica della matematica,* Pitagora, Bologna, 1999.

B. D'Amore, *La complessità dell'educazione e della costruzione dei saperi*, in "Riforma e didattica", 4, 2000, pp. 35-40.

B. D'Amore, M. I. Fandiño Pinilla, *Un acercamiento analitico al triángulo de la didáctica*, in "Educación Matemática", Mexico DF, Mexico. 14, 1, 2002, pp. 48-61.

B. D'Amore, M. I. Fandiño Pinilla, *'Competenze': obiettivo per chi costruisce il proprio sapere*, in "La matematica e la sua didattica", 3, 2003, pp. 327-338.

B. D'Amore, D. J. Godino, G. Arrigo, M. I. Fandiño Pinilla, *Competenze in matematica*, Pitagora, Bologna, 2003.

M. I. Fandiño Pinilla, *Curricolo e valutazione in matematica*, Pitagora, Bologna, 2002.

G. Ghisla, *Competenze. Aspetti della discussione a livello internazionale*, in "Rapporto interno ISPFP/Scuola media", Lugano, 2002.

D. J. Godino, *Hacia una teoría de la didáctica de las matemáticas*, in A. Gutierrez (ed.), *Area de conocimiento: Didáctica de la Matemática*, Sintesis, Madrid, 1991. [Trad. it.: *La Matematica e la sua didattica*, 3, 1993, pp. 261-288].

NCTM, *National Council of Teachers of Mathematics Principles and Standards for School Mathematics*, in *http://www.nctm.org*, 2000.

X. Roegiers, *Une pédagogie de l'intégration*, De Boeck Université, Bruxelles, 2000.

M. L. Schubauer Leoni, *Rapporto al sapere del docente e decisioni didattiche in classe*, in B. D'Amore (a cura di), "Didattica della matematica e realtà scolastica, Atti del Convegno nazionale, Castel San Pietro Terme 1997", Pitagora, Bologna, 1997, pp. 53-60.

G. Vergnaud, *La théorie des champs conceptuels*, in "Recherches en didactique des mathématiques", 10, pp. 133-169, [trad. it. di Francesco Speranza, *La matematica e la sua didattica*, 1, 1992, pp. 4-19], 1990.

F. Weinert, *Concept of competence: a conceptual clarification*, in D. Rychen, L. Salgenik (eds.), *Defining and electing key competencies*, Hogrefe & Huber Publishers, Seattle, Toronto, Bern, Göttingen, 2001.

IL RUOLO DELLA STORIA E DELL'EPISTEMOLOGIA DELLA MATEMATICA

*Alessandra Fiocca**

**Professore - Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara*

La ricerca in didattica della matematica ha evidenziato ormai con chiarezza che un approccio di tipo storico nell'insegnamento disciplinare favorisce l'apprendimento della matematica stessa da parte degli studenti[6]. Ha inoltre indicato alcuni risultati importanti che si possono ottenere con un approccio a carattere storico:

- Si potrà inserire la matematica in percorsi interdisciplinari e più in generale nella storia della civiltà. La storia della matematica traccia lo sviluppo delle teorie e delle applicazioni della matematica. Questo richiede una comprensione delle circostanze che hanno prodotto le questioni che la matematica si propone di risolvere. L'influenza di queste circostanze testimonia le relazioni tra matematica, filosofia, arte e scienza in genere. In conclusione la dimensione storica della matematica è inseparabile ed è una componente essenziale della matematica stessa.
- Si potrà 'umanizzare' la matematica facendola apparire, come le altre scienze, risultato dei tentativi dell'uomo, lungo un cammino faticoso e non lineare. Questo permetterà allo studente di superare il senso di inadeguatezza che spesso gli si presenta generando il rifiuto per la disciplina. A sua volta l'aneddoto storico potrà servire a generare interesse per il personaggio e quindi per la 'sua matematica'.
- Si potrà superare la falsa concezione che la matematica è una disciplina statica e conclusa. Recuperando l'opera del matematico del passato, sarà più facile per lo studente capire il 'lavoro' del matematico di oggi e interessarsi a questa figura professionale.

Ricerche orientate a individuare i settori della matematica che maggiormente traggono vantaggio da un approccio storico, a sperimentare direttamente verificandone l'utilità, sono portate avanti oggi a livello mondiale. A loro volta i docenti di matematica sono tenuti a conoscere l'evoluzione della propria disciplina e a tal scopo sono presenti, nei curricoli delle SSIS, corsi di Epistemologia e storia della matematica, della fisica e delle scienze[7].

---

[6] V. J. Katz (ed.), *Using history to teach Mathematics: an international perspective*, The Mathematical Association of America, 2000; B. Hughes, *A History of Mathematics from Problems in Mathematics*, Lectures Notes ©Barnabas Hughes, 2001.

Si suggerisce anche la consultazione delle seguenti pagine web: "*Teaching with original historical sources in mathematics*" all'indirizzo *http://www.math.nmsu.edu/~history/#role*; "Comunicare la matematica" all'indirizzo *http://bs-d.unife.it/museologia/matematica/*; "Società Italiana di Storia delle Matematiche" all'indirizzo *http://www.dm.unito.it/sism/*.

[7] M.T. Borgato, "*L'indirizzo Fisico-Informatico-Matematico della SSIS di Ferrara a sei anni dalla sua istituzione*", in L. Bellatalla (a cura di), *La SSIS a Ferrara tra didattica e ricerca*, Edizioni del Cerro, Pisa, 2005, pp. 67-84.

Ma in che modo si può insegnare la matematica usando la sua storia? Ecco alcuni suggerimenti e alcune linee guida.

Una galleria di ritratti: la matematica nella cultura

Si possono raccontare le vite di matematici e di matematiche e per questo sarà utile che l'insegnante allestisca una galleria dei ritratti dei matematici più famosi, con l'indicazione degli anni di nascita e di morte e della provenienza geografica. I ritratti si possono oggi facilmente reperire in alcuni siti internet, il più ricco è "The MacTutor History of Mathematics Archive"[8]. Alcune considerazioni generali sulle società del passato possono prendere spunto dalle vite dei matematici. Ad esempio lo scarso numero di donne nella galleria per le epoche più antiche può introdurre il tema del ruolo della donna nella società, la difficoltà di accesso all'istruzione, in particolare scientifica, almeno fino agli inizi del XX secolo. Si può allora fare il nome della prima donna che la storia ci ha tramandato come cultrice della matematica, la famosa e disgraziata Ipazia, figlia del matematico Teone, vissuta nel V secolo e raccontare le vicende della sua vita. Si possono anche individuare matematici della propria regione o della propria città, e scoprire con gli studenti che anche i più grandi matematici sono poco noti, se non sconosciuti, nella loro patria. Così, ad esempio, nelle scuole di Lugo (Ra) sarà opportuno soffermarsi sul nome di Gregorio Ricci Curbastro, autore del calcolo tensoriale, strumento matematico essenziale nella teoria della relatività generale di Einstein, a Faenza soffermarsi a raccontare di Evangelista Torricelli e prendere lo spunto dal grande matematico del Seicento per raccontare le vicende scientifiche e umane di Galileo. La galleria dei ritratti può essere organizzata sia cronologicamente, sia rispettando la geografia. A partire dalla 'geografia della matematica' si possono collegare gli sviluppi della matematica agli sviluppi delle civiltà, ma anche dei singoli stati europei. Si scoprirà così che ogni nazione ha avuto un suo 'periodo d'oro' per la matematica, come per le altre forme del pensiero e dell'arte. L'importanza del Rinascimento italiano nella storia dell'arte è largamente nota, ma certamente non è altrettanto nota l'importanza della scuola degli algebristi italiani del Cinquecento, comprendente i nomi di Scipione del Ferro, Girolamo Cardano, Niccolò Tartaglia, Rafael Bombelli.

Gli strumenti del passato per una migliore comprensione dei concetti

Si possono usare gli strumenti del passato per facilitare o consolidare la comprensione di concetti matematici. Portiamo qui due esempi: l'abaco per la notazione posizionale, e il 'compasso' di Cartesio per le curve algebriche. La causa più comune di errori persistenti nell'eseguire le operazioni aritmetiche è la mancata comprensione della notazione decimale posizionale. Il rimedio sta nell'antico abaco. Questo strumento è forse il più antico strumento di calcolo noto, a parte le dita delle mani e dei piedi. Esso richiede contemporaneamente l'uso delle mani e del ragionamento. Si possono facilmente realizzare degli abachi in carta, costituiti da quattro o più colonne verticali, a

[8] All'indirizzo: *http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/index.html.*

partire da sinistra quella delle unità, poi quella delle decine, quella delle centinaia e così via. Sull'abaco si andranno a disporre dei bottoni che costituiranno gli strumenti del calcolo. Dapprima lo studente verrà introdotto alle più semplici operazioni di addizione e di sottrazione, senza cioè bisogno di 'andare a prestito' o del 'riporto'. Addizionare significa: da più numeri farne uno solo. Così si tratta di disporre i bottoni corrispondenti ai due numeri nelle rispettive colonne, riunirli e contare quanti sono colonna per colonna. Questo verrà fatto più volte, e le risposte registrate su un foglio. Sottrarre significa togliere dal numero più grande il numero più piccolo. Messi i bottoni sull'abaco, sopra quelli del numero maggiore e sotto quelli del minore, si inizierà a rimuovere i bottoni a coppie, fino a esaurire i bottoni che competono al numero più piccolo. La risposta resta nella parte superiore dell'abaco, da qui l'origine della parola 'resto'. Anche questo verrà fatto più volte, e le risposte registrate su un foglio. Addizioni e sottrazioni più complesse necessitano di conoscere la 'regola' o restrizione dell'abaco, ovvero: non ci possono essere più di nove bottoni in ciascuna colonna. Ciò corrisponde al fatto che nella scrittura di un numero la cifra più alta in ogni posizione è 9. Si inizia a insegnare il concetto/abilità del riporto con un esempio. Si debba sommare 45 e 36. Disposti i bottoni si osserva che ci sono undici bottoni nella prima colonna. Si dichiara a questo punto la regola del 'gioco': si possono rimuovere dieci bottoni da una qualunque colonna, sostituendoli con un solo bottone nella colonna successiva a sinistra. Lo stesso si farà per 'andare a prestito' quando si deve sottrarre 26 da 45. Prima si rimuovono dalla colonna delle unità cinque coppie di bottoni. Resta un solo bottone che non può essere eliminato perché gli manca il compagno. Si deve prendere un bottone dalla colonna successiva e sostituirlo con dieci bottoni nella colonna delle unità. Per rinforzare la comprensione si potranno prendere numeri con tre, quattro cifre. Si farà infine vedere alla lavagna come il lavoro con carta e penna sia lo stesso del lavoro fatto sull'abaco.

La comprensione dell'intimo legame tra algebra e geometria che si realizza con la geometria cartesiana può essere rinforzata ricorrendo al 'compasso' di Cartesio, uno strumento meccanico per tracciare curve algebriche piane. Cartesio lo presenta all'inizio del secondo libro della 'Geometria', l'opera che rappresenta uno dei tre saggi usciti insieme al Discorso sul Metodo. Lo strumento si compone di due asticelle, YZ e YX nella figura sottostante, imperniate tra loro a formare l'angolo ZYX. L'asticella YX può ruotare intorno al punto Y. Nella rotazione il suo punto B, in cui è fissata ad angolo retto una terza asticella o regolo BC, descrive un arco di cerchio. Nella rotazione di YX, il regolo BC fa scorrere lungo YZ un secondo regolo CD, che a sua volta fa scorrere lungo YX un terzo regolo DE, e così via. Nella rotazione i punti D, F, H, descrivono delle curve (tratteggiate in figura) di cui si può facilmente ricavare l'equazione algebrica, che ha grado via via più elevato, man mano che aumenta il numero dei regoli. Non solo il 'compasso' di Cartesio è facilmente costruibile in un qualunque laboratorio scolastico, ma il procedimento per ricavare le equazioni delle curve è particolarmente semplice, poiché si applica una o più volte lo stesso teorema sulla similitudine dei triangoli.

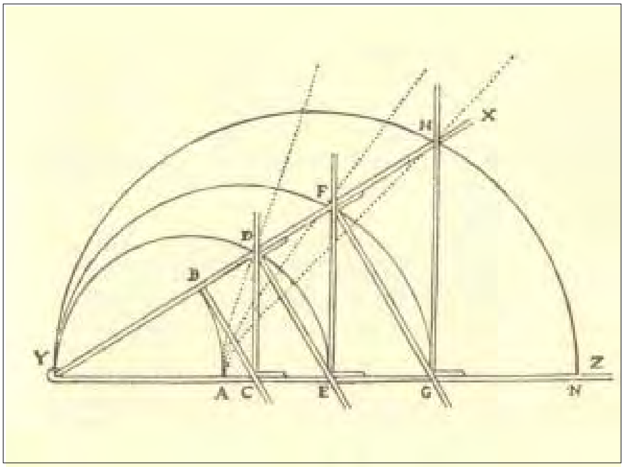


Fig. 1 - Compasso di Cartesio

Le origini dei simboli matematici: una ragione dietro ai simboli

Si possono esplorare le origini dei segni e dei simboli matematici, perché rispondere alle domande: dove è nato il simbolismo matematico, chi lo ha inventato, significa mostrare che esiste una ragione al di là dei simboli. I simboli per le operazioni aritmetiche hanno avuto una lenta gestazione. Il segno più trae origine da un'abbreviazione della parola latina *et*, il segno meno dall'abbreviazione della parola latina *minus*, indicata con una m soprassegnata, poi la lettera m fu soppressa e rimase solo la barra soprastante, appunto il segno meno. Il simbolo di $\sqrt{\ }$ comprende in realtà due simboli, √ che rappresenta una 'r' stilizzata, iniziale della parola latina *radix*, mentre la barra aveva la funzione di parentesi. Lo sviluppo dell'algebra simbolica si può dire giunto a compimento con Cartesio, che con poche eccezioni scriveva l'algebra come noi oggi e che introdusse anche la pratica di indicare le quantità note con le prime lettere dell'alfabeto e le quantità incognite con le ultime lettere dell'alfabeto, come si fa ancora oggi. Affinché gli studenti possano apprezzare l'utilità del simbolismo algebrico moderno, può essere utile leggere qualche pagina di algebra retorica medievale dove ogni operazione era descritta verbalmente, senza alcun simbolismo.

Il completamento del quadrato e l'autostima dello studente

Si possono offrire tecniche alternative per risolvere equazioni di secondo grado, come il metodo di al-Khuwaritzmi di completamento del quadrato che rende visibile e comprensibile il procedimento risolutivo. Bisogna ammettere che questo metodo è poco utile a livello elementare e che la tecnica di al-Khuwaritzmi è piuttosto una curiosità, tuttavia poiché gli studenti riescono a padroneggiarlo facilmente, si verifica in loro un senso di autostima, elemento importante per interessare lo studente e avvicinarlo alla matematica. Come avvertimento operativo, occorre che il docente scelga preventivamente le equazioni da risolvere in classe, poiché non tutte si prestano bene all'applicazione del metodo.

Alle origini del calcolo differenziale: punti di vista differenti

Si possono mostrare differenti punti di vista dello stesso concetto matematico, favorendone la comprensione attraverso le problematiche all'origine del concetto stesso.

L'esempio classico è quello dell'invenzione del calcolo infinitesimale da parte di Leibniz e di Newton. Il diverso approccio, l'uno nel campo geometrico delle curve cartesiane, l'altro nell'ambito delle velocità di accrescimento di un fenomeno, ha portato anche a due simbolismi diversi per esprimere la derivata, che si sono imposti e permangono, l'uno nella matematica l'altro nella fisica.

L'origine di oggetti matematici per rendere meno arida la materia

Si può spiegare l'origine di certi oggetti, come le tavole delle funzioni trigonometriche. Il risultato che si può ottenere da un approccio di questo tipo è quello di rendere l'argomento meno arido e dunque meno ostico per gli studenti.

In generale, a nostro avviso, attraverso la storia della matematica si possono offrire tecniche alternative, presentare punti di vista diversi, spiegare le origini di alcune parti di ciò che si insegna, mettere in evidenza alcuni aspetti della matematica, inserire la matematica nella cultura, realizzare percorsi interdisciplinari. Ulteriori idee potranno essere sviluppate da ogni singolo insegnante attraverso una lettura attenta di opere di storia della matematica.

IL LABORATORIO DI MATEMATICA

*Michela Maschietto**

**Ricercatrice - Dipartimento di Matematica, Università di Modena e Reggio Emilia*

Introduzione

L'idea di laboratorio ha radici profonde e antiche. Possiamo pensare all'apprendistato nelle botteghe artigiane, alla pedagogia di Comenius (XVII secolo) e di Pestalozzi (inizio dell'800), alla Scuola laboratorio di Dewey (Chicago, 1896) in cui l'esperienza è alla base dello sviluppo di pensiero, oppure ancora alla scuola attiva in Europa fra la fine dell'800 e i primi anni del '900 (Decroly, Montessori,…). L'idea di laboratorio di matematica, di cui un elemento essenziale è rappresentato dal legame tra gli aspetti manipolativi delle attività proposte e l'apprendimento della matematica, non si sviluppa solo grazie ai lavori dei ricercatori di area pedagogica, ma è presente anche nelle riflessioni di alcuni matematici, in Italia e all'estero. Ad esempio, in una relazione al Ministro dell'Istruzione (1883) Giuseppe Veronese[9] ribadisce l'importanza del ricorso a modelli concreti nell'insegnamento della matematica:

"*L'intuito in Geometria consiste nel rappresentarci alla nostra mente le figure dello spazio, in modo che il nostro pensiero possa addentrarsi in esse unendole e separandole a vicenda e scoprire il nesso intimo che tutte le compenetra. È questo intuito dello spazio che bisogna far sviluppare nella mente dei Giovani fino ancora dalla loro più tenera età, ed a tal uopo è utile accompagnare ogni dimostrazione geometrica, per quanto è possibile, con disegni e modelli mediante i quali il Giovane possa meglio comprendere ed intuire le proprietà geometriche dei corpi senza tanti sforzi della mente*".

L'istituzione dei laboratori di matematica è chiaramente richiesta da Émile Borel[10], il 3 marzo 1904, nella sua conferenza al Musée Pédagogique di Parigi:

"*Per portare non solo gli allievi, ma anche gli insegnanti, ma soprattutto lo spirito pubblico a un'idea più esatta di che cosa è la matematica e del ruolo che essa gioca realmente nella vita moderna, sarà necessario fare di più e creare dei veri* laboratori di matematica. *Credo che questa questione sia molto importante e che debba essere seriamente studiata [...]. Quale concezione possiamo avere dunque di un laboratorio di matematica? Innanzi tutto, non deve essere molto costoso; gli strumenti costosi e ingombranti non trovano qui il loro posto. I modelli della geometria più o meno complessi,*

---

[9] Giuseppe Veronese (1854-1917), dal 1881 alla sua morte insegnò 'Geometria analitica' presso l'Università di Padova. Nel 1897-1900 fu Deputato al Parlamento, poi consigliere comunale di Padova e finalmente, dal 1904 in poi, Senatore del Regno.

[10] Émile Borel (1871-1956), matematico e politico francese, coprì la cattedra di 'Matematica' all'Università di Lille per poi passare alla Scuola Normale Superiore nel 1896, di cui fu anche direttore. Borel è stato dal 1924 al 1936 Deputato del parlamento francese e dal 1925 al 1940 Ministro della Marina.

come si vendono soprattutto in Germania, come si vedono al Museo delle Arti e dei Mestieri, non devono essere distrutti da chi li possiede, poiché possono essere utili; ma dei modelli semplici, costruito dagli stessi allievi, in legno, cartone, spago, ecc. li istruiranno molto meglio [...]. Secondo me, l'ideale di laboratorio di matematica sarebbe, per esempio, una falegnameria". Borel continua precisando la necessità della presenza di un artigiano esperto con il quale gli allievi possano lavorare in piccoli gruppi, sotto la supervisione dell'insegnante.

Nel corso del secolo scorso, l'insegnamento della matematica è stato attraversato da riforme e movimenti in cui quanto sopra riportato non è stato preso in considerazione, privilegiando un approccio completamente diverso (si pensi semplicemente alla riforma delle matematiche moderne). Tuttavia, nella tradizione italiana l'opera di alcuni matematici riporta l'attenzione alla manipolazione (e non solo) e sviluppa approcci ad essa coerenti. A tale sviluppo contribuiscono non solo alcuni matematici ma anche e soprattutto insegnanti di scuola: basti pensare a Lucio Lombardo Radice[11] e ad Emma Castelnuovo[12]. L'idea che dal loro lavoro si delinea si arricchisce di un altro modo di intendere il laboratorio di matematica: apprendere gli aspetti più teorici con atteggiamento di ricerca, cioè lavorare su problemi, costruire o scoprire la matematica (come proposto, ad esempio, da Giovanni Prodi[13] in "*Matematica come scoperta*"). I laboratori appaiono anche come componenti delle prime mostre di matematica che iniziano ad essere allestite a partire dagli Anni Settanta (Emma Castelnuovo con "*Matematica nella realtà*", Vittorio Checcucci[14] con "*L'impatto del mondo della scuola con il mondo moderno: mostra di materiale didattico per l'insegnamento della matematica*", Gruppo di ricerca didattica di Pavia con "*Le isometrie piane: mostra di materiale didattico*"). Su questa tradizione italiana si sono sviluppate ricerche in didattica della matematica, in cui si è avviata l'analisi del dispositivo 'laboratorio di matematica' con gli strumenti teorici elaborati in tale campo (per alcuni aspetti, Bartolini, Maschietto, 2006; D'Amore, Marazzani, 2005).

---

[11] Lucio Lombardo Radice (1916-1982), dal 1960 ebbe diversi incarichi presso l'Università di Roma, occupandosi anche di 'Storia della matematica'. Grande è stato il suo impegno nei confronti della scuola e dell'insegnamento della matematica.

[12] Emma Castelnuovo, laureatasi in Matematica a Roma nel 1936, ha sempre, per sua scelta, insegnato nella scuola secondaria di primo grado. Ha scritto diversi libri e ha ottenuto riconoscimenti nazionali e internazionali nel campo della 'Didattica della matematica'. È tuttora un riferimento importante per gli insegnanti.

[13] Giovanni Prodi, Emerito di 'Matematiche Complementari' presso l'Università di Pisa, si è da sempre occupato di 'Didattica della matematica' scrivendo anche in tempi recenti testi per la scuola secondaria.

[14] Vittorio Checcucci (1918-1991), allievo della Scuola Normale Superiore di Pisa, si laureò sotto la direzione di Leonida Tonelli. In seguito si è occupato di 'Geometria' e 'Didattica della Matematica', materie in cui ricoprì la cattedra pisana fino alla fine.

L'idea di laboratorio oggi

Sebbene presente nelle ricerche in didattica, in questi ultimi anni, l'idea di laboratorio di matematica è stata ampiamente ripresa anche a livello istituzionale, come si vedrà in seguito. Questo rinnovato interesse ha inevitabilmente portato a parlare di laboratorio di matematica, sia dentro sia fuori dalla scuola, con accezioni diverse rispetto a quanto presente nella pratica, in cui il laboratorio di matematica coincideva spesso con l'aula di informatica. Volendo proporre una prima e grossolana distinzione tra le varie accezioni di laboratorio senza pretendere di essere esaustivi, potremmo distinguere tra:

- laboratorio in classe: esso si configura come un momento del lavoro matematico in classe caratterizzato da determinati elementi; la gestione del laboratorio è affidata all'insegnante della classe;
- laboratorio in aula: esso si caratterizza come un momento giocoso, in cui si lavora anche esplicitamente sugli atteggiamenti nei confronti della matematica;
- laboratorio a scuola: il laboratorio di matematica può corrispondere ad un luogo fisico ben preciso e, spesso, distinto dall'aula; può essere obbligatorio o facoltativo per gli allievi, strutturato all'interno dell'orario di lezione oppure no; può favorire diversi tipi di lavoro (personale e/o di approfondimento, di gruppo...); può avere l'obiettivo di lavorare sugli atteggiamenti e le convinzioni degli allievi rispetto alla matematica. La gestione del laboratorio può essere affidata all'insegnante della classe, ad un insegnante della scuola che ricopre il ruolo di tecnico di laboratorio o ad altro personale;
- laboratorio fuori dalla scuola: si tratta ad esempio delle offerte di musei o parchi della scienza o proposti nel contesto di particolari mostre o all'interno di altre istituzioni educative diverse dalla scuola. In questo caso il contenuto può essere legato a quelli del percorso scolastico della classe oppure esserne completamente slegato; può essere un laboratorio per meravigliare, stupire e divertire, con un contenuto che allude a proprietà matematiche interessanti ma inaccessibili agli allievi della scuola di base (ad esempio le bolle di sapone). La gestione è affidata ad animatori opportunamente preparati. A puro titolo esemplificativo (e limitandoci comunque alle sedi aperte in modo permanente) si possono citare:
  - il Museo nazionale della scienza e della tecnologia 'L. da Vinci' di Milano (*http://www.museoscienza.org/visitare/gruppi.asp*);
  - la città della Scienza di Napoli *(http://www.cittadellascienza.it/portale_scuola/risorse.cfm);*
  - il Laboratorio dell'Immaginario Scientifico di Trieste *(http://www.immaginarioscientifico.it/ita/museo/index.htm)*;
  - la 'Fisica a Mirabilandia', in provincia di Ravenna *(http://www.mirabilandia.it/scuole2_it.htm);*
  - il giardino di Archimede di Firenze *(http://www2.math.unifi.it/~archimede/archimede/).*

Le diverse accezioni di laboratorio non hanno netti confini, ma le differenze dipendono anche dagli obiettivi che si vogliono raggiungere con una specifica attività. Inoltre, come si può ben immaginare, i tempi di lavoro sono strutturati in modo diverso nei casi elencati; in particolare, i laboratori fuori dalla scuola sono solitamente di breve durata (massimo 2 ore) e propongono attività che possono e/o devono 'esaurirsi' in tale intervallo temporale.

Il ricorso al laboratorio apre, in generale, a diverse questioni, come ad esempio sul tipo di apprendimento in atto, sulla valutazione degli apprendimenti (ma non solo) o sulla posizione nel percorso matematico degli allievi, sulla gestione del laboratorio stesso, sui temi e/o attività proposte oppure sul rapporto tra le diverse accezioni qui sopra riportate[15].

Nel seguito, analizzeremo le proposte di laboratorio di matematica presenti nei documenti della Commissione UMI-CIIM (non solo *Matematica 2001*, ma anche *Matematica 2003*) e nelle Indicazioni Nazionali del 2004, dopo aver considerato i programmi di scuola elementare e media (D.P.R. 104/85 e D.M. 7/2/79). Con tale scelta, ci poniamo quindi nell'ottica del laboratorio nell'istituzione scolastica.

Il laboratorio nei D.P.R 104/1985 e D.M. 7/2/1979

Nei programmi del 1985 per la scuola elementare, il termine 'laboratorio' è soprattutto inteso come laboratorio scientifico, in relazione all'insegnamento delle Scienze: "*Tali argomenti devono essere svolti principalmente attraverso esperienze pratiche attuabili, oltre che in appositi locali scolastici, nella classe che può essere utilizzata come laboratorio*"). Esso si riferisce, in particolare, anche allo spazio classe "*attrezzata come un laboratorio scientifico e artigianale assai semplice*". Non vi sono riferimenti espliciti alla matematica, anche se sono presenti indicazioni riguardo all'uso di materiali diversi e a strumenti nell'insegnamento della matematica:

- in 'Aritmetica': "*attività di manipolazione di materiali idonei*";
- in 'Geometria': "*dallo studio e dalla realizzazione di modelli e disegni si perverrà alla conoscenza delle principali figure geometriche piane e solide e delle loro trasformazioni elementari*";
- in 'Misura': "*la comprensione del significato di 'misura' è perseguibile solo attraverso una ricca base esperienziale*";
- in 'Informatica': "*calcolatore come strumento di esplorazione del mondo dei numeri, di elaborazione e di interazione*".

Per quanto riguarda i programmi della scuola media, un riferimento all'attività di laboratorio è presente tra i suggerimenti metodologici dell'attività sperimentale. Essa prevede che gli allievi siano "*impegnati, individualmente e in gruppo, in momenti operativi, indagini e riflessioni opportunamente guidati ed integrati dall'insegnante, giungendo, secondo la natura del tema, a sviluppi matematici più approfonditi e generali e, rispettivamente, ad un quadro coerente di risultati sperimentali. In molti casi l'indagine sperimentale e quella matematica potranno proseguire a lungo assieme, integrandosi, senza confondersi*". Ciò che viene poi sottolineato è la pertinenza di tale "*attività di laboratorio non solo, come è ovvio, per le scienze sperimentali, ma anche*

---

[15] 'Il Laboratorio di matematica' è stato il tema di un recente convegno a Maubeuge (Francia), *Mathématiques: des laboratoires pour le primaire et le secondaire?* e di una giornata di studio alla Domus Galilaeana di Pisa, *Ricerche in didattica della matematica: il laboratorio.*

per la matematica, (procedimenti di misura, rilevazioni statistiche e costruzioni di grafici, costruzioni di geometria piana e spaziale, ecc.)". Il ruolo dell'insegnante è quello di favorire il passaggio dai modelli materiali ai concetti matematici in essi presenti, tenendo conto quindi degli obiettivi dell'insegnamento della matematica.

Tra i suggerimenti specifici per la matematica, si sottolinea l'importanza di ricorrere ad osservazioni, esperimenti e problemi tratti da situazioni concrete per motivare l'attività in matematica e per darne una base intuitiva. In tal senso si ritiene di favorire l'attività di matematizzazione della realtà da parte degli allievi. Il legame con Educazione Tecnica è esplicitamente indicato in due sensi: la matematica può "*fornire mezzi di calcolo e di rappresentazione per la fase progettuale*", ma anche ricevere sostegno nelle sue specifiche attività.

Nei programmi considerati, l'idea di laboratorio è piuttosto legata a quella di *laboratorio scientifico* nella scuola elementare, mentre inizia a comprendere anche quella di *laboratorio per la matematica* nella scuola media (anche se non si entra nel merito). In entrambi i casi, l'insegnante ne ha la responsabilità.

Il laboratorio nei "Curricoli UMI"

La riflessione della Commissione UMI-CIIM sull'idea di Laboratorio di matematica non appare esplicitamente nel documento "Matematica 2001", relativo al primo ciclo di istruzione, bensì in "Matematica 2003" (documento riguardante il curricolo per i due bienni della scuola secondaria di secondo grado). Essa unisce elementi della tradizione didattica italiana, evocata all'inizio, con elementi evidenziati dalla ricerca in didattica della matematica, come si mostrerà nel corso del testo.

In "Matematica 2001" si ha un esplicito riferimento al laboratorio scientifico, legato soprattutto alle attività del misurare, e al laboratorio informatico per il ricorso al calcolatore nella simulazione di lanci (nucleo 'Dati e previsioni'). È questo un elemento di continuità con i programmi prima citati. Inoltre, si riprende in un certo senso l'idea di laboratorio come laboratorio di geometria (nel nucleo 'Spazio e figure'): "*Dal punto di vista metodologico, quindi, risultano particolarmente adatte quelle attività di laboratorio che permettono agli allievi non solo di eseguire ma anche di progettare, costruire e manipolare con materiali diversi, discutere, argomentare, fare ipotesi, sperimentare e controllare la validità delle ipotesi formulate. In questo modo, le definizioni, le idee e i concetti geometrici saranno raggiunti dopo l'attività laboratoriale in contesti di apprendimento. È determinante un equilibrio tra fasi operative e graduali sistemazioni teoriche, che favorisca nei ragazzi il passaggio da evidenze visive ad argomentazioni via via più rigorose*".

In "Matematica 2003" l'idea di laboratorio di matematica è presentata in modo completo:

- "*l'ambiente del Laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti*". In questo punto si ritrova proprio l'idea espressa da Borel nella citazioni iniziale.
- nel laboratorio si mira alla costruzione di significati, la quale "*è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone, che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività*".

Gli elementi fondamentali che caratterizzano una tale accezione di laboratorio di matematica, che non vuole essere un luogo fisico diverso dalla classe, sono:

- esso non costituisce né un nucleo di contenuto né uno di processo;
- si presenta come una serie di indicazioni metodologiche trasversali;
- si usano strumenti, tecnologici e non;
- si presenta come un insieme strutturato di attività finalizzate alla costruzione di significati degli oggetti matematici.

In tal modo, il laboratorio coinvolge persone (allievi, insegnante), struttura (aule, strumenti, organizzazione degli spazi e dei tempi), idee (progetti, piani di attività didattiche, sperimentazioni).

In un'attività di laboratorio di matematica si possono allora individuare alcune componenti:

- un problema da affrontare (nel senso largo del termine);
- la presenza di strumenti che possono essere usati e manipolati per la costruzione di una strategia di risoluzione;
- la presenza di una guida esperta;
- modalità di lavoro in piccoli gruppi (di tipo collaborativo o cooperativo) e *discussione matematica.*

Gli strumenti

Gli strumenti ricoprono un ruolo importante per la loro forte valenza culturale: "*È necessario ricordare che uno strumento è sempre il risultato di un'evoluzione culturale, che è prodotto per scopi specifici e che, conseguentemente, incorpora idee. Sul piano didattico ciò ha alcune implicazioni importanti: innanzitutto il significato non può risiedere unicamente nello strumento né può emergere dalla sola interazione tra studente e strumento. Il significato risiede negli scopi per i quali lo strumento è usato, nei piani che vengono elaborati per usare lo strumento; l'appropriazione del significato, inoltre, richiede anche riflessione individuale sugli oggetti di studio e sulle attività proposte*". Per esempio, l'abaco nasce come strumento per eseguire calcoli, ma in esso oggi è riconosciuta incorporata la struttura polinomiale del numero. In modo analogo, il compasso storicamente è stato usato come strumento per realizzare forme circolari in modo accurato e preciso, ma attraverso l'evoluzione culturale in esso è incorporata la nozione teorica di luogo di punti equidistanti dal centro. Dal punto di vista dell'apprendimento, il passaggio dal significato pratico a quello teorico non è né automatico né scontato, nel momento in cui si fornisce una dato strumento all'allievo.

Risultati della ricerca in didattica della matematica mostrano che gli oggetti che si possono usare nelle attività di laboratorio svolgono una funzione di mediazione a due livelli:

- fungono da mediatori dell'azione dell'allievo favorendo la costruzione di pertinenti schemi d'uso e di significati ad essi associati nella soluzione dei compiti proposti;
- fungono da mediatori del processo di comunicazione tra insegnante e allievi e tra gli allievi stessi, favorendo lo sviluppo di una discussione matematica volta alla costruzione di significati che possono trascendere quelli direttamente coinvolti nel compito.

Nelle attività di laboratorio di matematica emerge allora la necessità di integrare in modo proficuo questi due livelli di mediazione, offerti dagli strumenti, in specifici contesti. Lo stesso strumento, visto come mediatore dei processi di comunicazione tra insegnanti e allievi crea situazioni che favoriscono i loro processi di verbalizzazione, in quanto fornisce elementi per la costruzione di un linguaggio condiviso.

Gli strumenti a cui ci si riferisce nel laboratorio di matematica sono di due tipi: quelli che si possono definire tradizionali e quelli tecnologicamente avanzati. Tra gli strumenti del primo tipo si trovano quelli direttamente manipolabili, sia noti (ad esempio, l'abaco e il compasso), sia meno noti (come per esempio le macchine matematiche, vedi Bartolini, Bussi, Maschietto, 2006).

Il primo tipo di strumenti comprende anche oggetti costruiti con 'materiali poveri', realizzati anche da gruppi di allievi, in quanto tale attività di costruzione è particolarmente significativa e consona a rinforzare quell'atmosfera da bottega rinascimentale a cui si riferisce l'idea di laboratorio. Tra gli strumenti del secondo tipo si trovano i software di geometria dinamica, i software di manipolazione simbolica (CAS - *Computer Algebra System*), le calcolatrici grafico-simboliche e il foglio elettronico. All'elenco appena riportato, si aggiunge anche la storia della matematica (come è già stato evidenziato nel presente volume): "*La storia della matematica, [...] va vista, in questo contesto, come un possibile ed efficace strumento di laboratorio (inteso nel senso largo esposto prima) adatto a motivare adeguatamente e ad indicare possibili percorsi didattici per l'apprendimento di importanti contenuti matematici*". Nelle attività suggerite da "Matematica 2003" all'interno dei singoli nuclei è esplicitata la scelta degli strumenti per il laboratorio.

La varietà di strumenti disponibili per affrontare un compito in laboratorio non deve indurre a ritenere che essi siano in qualche modo equivalenti. Ad esempio, con gli strumenti tecnologici si potrebbe ancora parlare di 'manipolazione', ma questa avviene in modo indiretto attraverso oggetti come il mouse e attraverso software che hanno specifiche modalità d'uso (sintassi dei comandi,...) più o meno trasparenti per gli utenti. Su questo tema sono state condotte numerose ricerche in didattica della matematica.

Tra le modalità di interazione sociale nel laboratorio di matematica, viene considerata in modo specifico la discussione matematica, gestita dall'insegnante. Essa è definita come "*polifonia di voci su un oggetto matematico (un concetto, un problema, una procedura, una struttura, un'idea o un atteggiamento riguardante la matematica) che è uno dei motivi dell'attività di insegnamento-apprendimento*" (Bartolini, Bussi, al., 1995). Nelle indicazioni sul laboratorio, vengono precisati tre livelli di discussione: "*Un primo livello di discussione è quello che, per esempio, si sviluppa dopo la lettura del testo di un problema. Un secondo livello di discussione matematica si sviluppa al termine della soluzione (individuale o in piccoli gruppi) o, talvolta, in un momento cruciale della soluzione stessa. [...] Un terzo livello di discussione matematica riguarda la correttezza e la ricchezza delle soluzioni proposte, la coerenza e l'attendibilità, il livello di generalizzazione adottato. Quest'ultima fase dovrebbe condurre alla costruzione di significati che vanno oltre quelli direttamente coinvolti nella soluzione del compito, per consentire agli studenti di entrare in contatto con nuovi aspetti della cultura matematica, favorendo in particolare, un approccio, graduale ma sistematico, al pensiero teorico*".

Il laboratorio nelle Indicazioni Nazionali

Scuola primaria

Nelle Indicazioni Nazionali per i piani di studio personalizzati della scuola primaria, il termine laboratorio non è formalmente esplicitato, ma costituisce un concetto chiave alla base dell'intero impianto didattico proposto. Ciò è particolarmente evidente se si analizzano le Raccomandazioni, non divulgate come documento ufficiale, ma che costituiscono la trama concettuale e l'interpretazione autentica delle Indicazioni stesse. Nelle Raccomandazioni[16] si legge che il laboratorio è inteso come "*luogo privilegiato in cui si realizza una situazione d'apprendimento che coniuga conoscenze e abilità specifiche su compiti unitari e significativi per gli alunni, possibilmente in una dimensione operativa e progettuale che li metta in condizione di dovere e poter mobilitare l'intero sapere esplicito e tacito di cui dispongono*".

Sempre nelle Raccomandazioni, il laboratorio, in tale accezione, può permettere agli allievi di avere risposte efficaci e personalizzate ai propri bisogni e/o interessi, di migliorare la crescita di alcune dimensioni relazionali, di far accrescere conoscenze e abilità; esso infatti è così definito:

- "*un'occasione per scoprire l'unità e la complessità del reale, mai riducibile a qualche schematismo più o meno disciplinare*;
- *un momento significativo di relazione interpersonale e di collaborazione costruttiva dinanzi a compiti concreti da svolgere, e non astratti*;
- *un itinerario di lavoro euristico che non separando programmaticamente teoria e pratica, esperienza e riflessione logica su di essa, corporeo e mentale, emotivo e razionale è paradigma di azione riflessiva e di ricerca integrata ed integrale*;
- *uno spazio di generatività e di creatività che si automotiva e che aumenta l'autostima mentre accresce ampiezza e spessore delle competenze di ciascuno, facendole interagire e confrontare con quelle degli altri*;
- *possibile camera positiva di compensazione di squilibri e di disarmonie educative; garanzia di itinerari didattici significativi per l'allievo, capaci di arricchire il suo orizzonte di senso*".

I laboratori suggeriti per la scuola primaria possono essere dedicati ad attività informatiche, attività di lingue (tra cui l'inglese), attività espressive, attività di progettazione, attività motorie e sportive, LARSA (Laboratorio di Recupero e Sviluppo degli Apprendimenti). Dal punto di vista didattico, la caratteristica principale è dichiarata essere "*la sua realizzazione con gruppi di alunni della stessa classe o di classi parallele o di classi verticali, riuniti per livello di apprendimento*". A tale caratteristica è legata la possibilità di predisporre i laboratori non solo all'interno dello stesso istituto, ma anche in rete di istituti. Analogamente a quanto proposto nei documenti UMI sulla posizione del laboratorio all'interno del curricolo, i Laboratori per la scuola primaria possono articolarsi in unità di apprendimento ed essere quindi parte del piano di sviluppo di ogni allievo. Questo implica, tra le altre cose, un forte legame con il POF.

---

[16] La maggior parte delle citazioni e delle riflessioni di questa parte sono quindi sviluppate a partire dalle Raccomandazioni.

Nell'elenco dei laboratori sopra riportato non è presente il laboratorio di scienze né quello di matematica. Per quanto riguarda il primo, nelle Raccomandazioni inerenti alla disciplina Scienze si sottolinea che questo fatto "*non deve trarre in inganno. Tutte le ricerche nazionali ed internazionali, d'altra parte, riconoscono l'inefficacia dell'insegnamento scientifico alimentato esclusivamente da libri-manuali e dalla lezione frontale*". Ciò non viene purtroppo esplicitamente ripreso per la Matematica, anche se nelle premesse è precisato che non si esclude che "*qualsiasi insegnamento si può svolgere in maniera laboratoriale*". In ogni caso il laboratorio di matematica può facilmente rientrare nel più generale LARSA, nel momento in cui si manifestino difficoltà di apprendimento nella disciplina o nel laboratorio di progettazione, aperto a percorsi formativi interdisciplinari.

Entrando nel dettaglio della disciplina di studio, si individuano facilmente alcuni riferimenti a possibili attività laboratoriali in matematica, considerando che "*per tutta la scuola primaria il punto di partenza di qualunque insegnamento matematico è il riferimento all'esperienza osservata e riflessa*".

In 'Geometria' è rilevante il processo di *evoluzione continua* dal concreto all'astratto, che rispetto a 'Il numero' presenta vari esempi e specificazioni:

- "*osservazione e manipolazione di oggetti fisici opportuni, che con il loro aspetto possono ispirare l'intuizione successiva di specifici enti geometrici*"; questo processo è realizzato sotto la guida dell'insegnante;
- "*modellizzazione schematica astratta*": da rappresentazioni grafiche del disegno o la costruzione materiale di modellini concreti all'idea di *figura geometrica;* l'insegnante ha il compito di stabilire il giusto equilibrio tra intuizione e rigore;
- "*formazione ed educazione di una sicura intuizione spaziale*": dal lavoro sui modelli concreti alle rappresentazioni simboliche (anche materiali, come il disegno, purché sempre di significato univoco, oppure virtuali, utilizzando prudentemente opportuni software didattici), ai processi razionali astratti ed, eventualmente, anche formali. In questo caso, si vedono citati alcuni strumenti, presenti tra quelli del laboratorio dei documenti UMI: software per la geometria (anche se non ne viene specificato l'eventuale carattere dinamico), strumenti tradizionali (il geopiano).

Nelle indicazioni didattiche per la classe prima contenute nelle Raccomandazioni, si trova:

- il riferimento alla manipolazione, utilizzando sia materiale di uso comune sia strutturato, per evitare rigidità e fissazioni, portando gradualmente a cogliere l'invarianza della quantità. Manipolare materiale di diverso tipo, chiedendo di raggruppare e contare per gruppi, per gruppi di gruppi, registrando con modalità differenti, favorisce, infatti, il risalire alla quantità dalla registrazione simbolica e porta alla consapevolezza della convenzione posizionale della numerazione decimale;
- l'acquisizione dei concetti geometrici attraverso l'esplorazione corporea attiva; perciò va ricercata e curata la collaborazione con chi lavora nell'ambito motorio.

Nessun elemento significativo è presente per i bienni successivi.

Un ulteriore arricchimento all'idea di laboratorio è presente nelle indicazioni per Tecnologia, in cui è inserita anche l'informatica. In tale contesto, il laboratorio per la

Tecnologia è inteso come un tipo di attività didattica e come un "*luogo non solo fisico, fornito di materiali e strumenti, ma anche concettuale e procedurale (quindi estendibile ad ogni disciplina) dove si adotta il metodo del 'compito reale. Si tratta, in pratica, di attivare un percorso didattico che da un progetto iniziale, legato alla risoluzione di un problema, attraverso fasi ben chiare, preventivamente definite e tutte operative, arrivi alla realizzazione di un 'prodotto' finale che risulti come soluzione pratica ed efficace del problema iniziale, tangibile e in grado di essere offerto alla fruizione di soggetti esterni e quindi dotato di valenze sociali*". Nelle Indicazioni Nazionali, sempre per Tecnologia, si trovano riferimenti a strumenti per il laboratorio: "*programmi didattici per l'insegnamento del calcolo e della geometria elementare*", mentre in relazione a informatica si sottolinea il contributo alla didattica delle altre discipline, come ad esempio per il concetto di algoritmo. Si ritrovano qui alcuni elementi in comune con i documenti UMI.

Scuola secondaria di primo grado

Come già nei programmi per la scuola media del D.M. 7/2/1979, anche le Indicazioni Nazionali per i piani di studio personalizzati portano l'attenzione sul processo di matematizzazione degli oggetti fisici e sulla conseguente costituzione di un modello, con il quale confrontarsi: "*Passare da un'istruzione primaria ad un'istruzione secondaria significa, invece, cominciare a maturare le consapevolezze che mettono in crisi questo isomorfismo ingenuo [coincidenza tra realtà e conoscenza della realtà, tra la natura e le rappresentazioni che ce ne facciamo] e scoprire in maniera via via più convincente e raffinata l'incompletezza di qualsiasi rappresentazione, iconica e/o logica, della realtà*". In tale ottica, a partire dalla scuola secondaria di primo grado si avvia un processo che non solo produce modelli, ma che modifica e raffina quelli già ottenuti attraverso l'analisi della complessità dei dati reali e la successiva verifica condotta alla luce delle prove sperimentali disponibili.

Nell'insegnamento e apprendimento della matematica si sottolinea l'importanza della motivazione da parte degli allievi, del significato e della rilevanza sociale delle attività che sono proposte.

Nelle Indicazioni Nazionali non si fa esplicito riferimento al laboratorio, nonostante sia segnalato che "*il ruolo dei modelli si rafforza e si amplia con l'incrementarsi delle situazioni sperimentali che si presentano con un numero cospicuo di variabili*". Comunque, analogamente a quanto fatto per la scuola primaria, si possono reperire alcuni elementi ad esso riconducibili, non solo in Matematica ma anche in Tecnologia e Informatica (ci si riferisce al 'classico' laboratorio di Informatica).

Per quanto riguarda Matematica (Indicazioni Nazionali), si hanno i seguenti elementi.

- in 'Geometria', si trova un riferimento all'uso di strumenti non solo tradizionali, in continuità con quanto asserito per la scuola primaria: "*risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure ricorrendo a modelli materiali e a semplici deduzioni e ad opportuni strumenti di rappresentazione (riga, squadra, compasso e, eventualmente, software di geometria)*" sia nel primo biennio che nella classe terza;
- in 'Il numero', strumenti e metodi intervengono nell'esecuzione di calcoli con i numeri razionali nel primo biennio;

• in 'Dati e previsioni', tra le abilità è elencata quella di utilizzare strumenti informatici per organizzare e rappresentare dati.

Per quanto riguarda Informatica (Indicazioni Nazionali):

• si riprende il concetto di algoritmo: "*Tradurre in programmi algoritmi (ordinamento, calcolo, ragionamento logico-matematico) utilizzando un semplice linguaggio di programmazione*" nel primo biennio;

• si sollecita l'uso di "*computer e software specifici per approfondire o recuperare aspetti disciplinari e interdisciplinari*" nel primo biennio, rafforzandolo nella classe terza, "*utilizzare un semplice linguaggio di programmazione per risolvere problemi concreti o attinenti le altre discipline*";

• il foglio elettronico è uno strumento che figura nell'elenco dei documenti UMI, ("*Utilizzare in modo approfondito ed estensivo i programmi applicativi per la gestione dei documenti, l'elaborazione dei testi, la raccolta, presentazione e archiviazione dei dati (foglio elettronico), la realizzazione di ipertesti, l'uso delle reti, l'avvio a processi robotizzati*"), in accordo con tali documenti (essi "*permettono svariate applicazioni, in particolare quelle relative alla rappresentazione e all'analisi dei dati e hanno la non trascurabile caratteristica di essere al momento ancora i software più utilizzati nel mondo del lavoro*").

Il foglio elettronico può essere usato per affrontare il passaggio aritmetica/algebra, grazie alla possibilità di costruire tabelle numeriche e di utilizzare formule. Il riferimento al foglio elettronico è significativo se si riprende quanto precedentemente scritto sull'uso degli strumenti: da un lato l'introduzione in classe di uno strumento non determina in modo automatico il suo modo d'uso, dall'altro uno strumento può essere utilizzato con finalità diverse, come mostrano alcune ricerche in didattica della matematica[17].

Bibliografia

F. Arzarello, L. Bazzini, G. Chiappini, *A model for analysing algebraic processes of thinking*, in R. Sutherland, T. Assude, A. Bell, R. Lins (Eds.), *Perspectives on school algebra*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, pp. 61-81.

M. Bartolini Bussi, M. Maschietto, *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*, Springer, Milano, 2006.

M. Bartolini Bussi, M. Boni, F. Ferri, *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*, Centro Documentazione Educativa, Modena, 1995.

B. D'Amore, I. Marazzani, *Laboratorio di matematica nella scuola primaria*, Pitagora editrice, Bologna, 2005.

G. Dettori, R. Garuti, E. Lemut, *From Arithmetic to Algebraic Thinking*, in R. Sutherland, T. Assude, A. Bell, R. Lins (Eds.), *Perspectives on school algebra*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 2001, pp. 191-207.

---

[17] Si vedano il primo e l'ultimo volume della bibliografia.

Parte II

I nuclei tematici

SEI NUCLEI TEMATICI SOTTO OSSERVAZIONE

*Rossella Garuti**

**Ricercatrice, IRRE Emilia-Romagna*

La scelta del gruppo è stata di analizzare i documenti ufficiali a partire dai programmi della scuola media del 1979. Particolarmente interessante è parsa l'analisi fatta da O. Robutti (2006) su come è cambiato il modo di organizzare un curriculum in questi ultimi trenta anni. Nella tabella seguente sono riportati i principali riferimenti istituzionali e le proposte dell'UMI, che hanno coinvolto la scuola italiana per quanto riguarda la costruzione del curriculum.

Vediamo come descrive la tabella O. Robutti: "*Nel nostro Paese il curriculum della appena riformata scuola media era costruito in modo che i contenuti fossero suddivisi per grandi temi*[1] *preceduti da una serie di obiettivi e di finalità generali sull'insegnamento della matematica. Ciò significava modificare il ruolo dell'insegnante, gravandolo di una responsabilità maggiore che nel passato, in quanto autore di un progetto didattico fatto di obiettivi specifici e contenuti organizzati attraverso i temi, nei tre anni di scuola*". Se vogliamo, con una sola parola, cogliere la novità di quei programmi allora quel termine è *matematizzazione*: si scrive, infatti, che "*...verrà dato ampio spazio all'attività di matematizzazione intesa come interpretazione matematica della realtà nei suoi vari aspetti (naturali, tecnologici, economici, linguistici,...)*". Questo accresciuto interesse per la matematizzazione, che trovava un riscontro nella ricerca didattica nazionale e internazionale, mostrava la matematica come strumento per analizzare situazioni reali

---

[1] Si tratta di sette grandi temi: 'La geometria prima rappresentazione del mondo fisico', 'Insiemi numerici', 'Matematica del certo e del probabile', 'Problemi ed equazioni', 'Il metodo delle coordinate, 'Trasformazioni geometriche', 'Corrispondenze e analogie strutturali'.

e quindi complesse, o per verificare ipotesi e non solo per costruire improbabili monumenti con solidi sovrapposti. Bisogna inoltre osservare che questi programmi erano accompagnati da suggerimenti metodologici e orientamenti per la lettura dei contenuti.

Anni	*Documenti*	*Livello scolastico*	*Organizzazione*
1979	D.M. 9 febbraio 1979 - Programmi per la scuola media	Scuola media	Contenuti
1985	D.P.R. n. 104/1985 - Programmi didattici per la scuola primaria	Scuola primaria	Obiettivi
1985	Piano Nazionale per l'Informatica (PNI)	Sperimentazione scuola superiore	Contenuti
1991	D.M. 3 giugno 1991 - Orientamenti dell'attività educativa nella scuole materne statali	Scuola dell'infanzia	Campi di esperienza[2]
2004	Legge n. 53/2003; D.Lgs. n. 59/2004 - Definizione delle norme generali relative alla scuola dell'infanzia e al primo ciclo dell'istruzione, a norma dell'art. 1 della legge 28.3.2003, n. 53.	Tutti gli ordini di scuola	Conoscenze e abilità
2001-2003-2004	Curricoli UMI - Protocollo d'intesa con il MIUR	Tutti gli ordini di scuola (matematica)	Conoscenze e abilità

Continuando con Robutti a proposito di scuola elementare "*Lo splendido curriculum della scuola elementare del 1985 superava le novità del precedente perchè, pur essendo organizzato in temi (suddivisi nei due cicli -primi due anni e ultimi tre anni-), proponeva nei temi stessi non già i contenuti, ma gli obiettivi, scanditi in modo progressivo indicando quindi specificatamente a quale livello sviluppare quei contenuti suggeriti implicitamente negli obiettivi. Ma offriva anche qualcosa in più, come 'I problemi' e 'Le indicazioni metodologiche', di carattere trasversale, con attenzione ai processi e al modo di fare matematica in classe*". La parola chiave di questi programmi risulta essere appunto *problemi*, nel senso che si consigliava di introdurre le attività di matematica attraverso situazioni problematiche significative per gli allievi.

Nel 1985 abbiamo l'introduzione delle sperimentazioni nella scuola secondaria, come il PNI (Piano Nazionale Informatica) che pur non essendo una riforma segnò l'insegnamento della matematica con l'utilizzo delle tecnologie. I programmi, per il biennio, erano organizzati in una premessa che ne fissava gli obiettivi e in contenuti. Questi erano raggruppati in cinque temi[3] e si può osservare una loro naturale continuità con i programmi della scuola media per quanto riguarda gli aspetti relativi alla ma-

[2] Con questo termine si indicano i diversi ambiti del fare e dell'agire del bambino e quindi settori specifici ed individuabili di competenze nei quali il bambino conferisce significato alle sue molteplici attività. Per la matematica il campo di esperienza è *Lo spazio, l'ordine, la misura.*

[3] 'Elementi di logica e informatica', 'La geometria del piano e dello spazio', 'Gli insiemi numerici e il calcolo', 'Relazioni e funzioni', 'Elementi di probabilità e statistica'.

tematizzazione della realtà insieme, ovviamente, ad una spinta verso una formalizzazione più rigorosa. Le parole chiave di questi programmi sono *informatica e algoritmi* in quanto la proposta prevedeva l'analisi del problema e l'individuazione dell'algoritmo risolutivo, da tradurre in un secondo tempo in linguaggio di programmazione.

"*Con il 1991 si raggiunge l'apice della programmazione curricolare del precedente secolo, perchè gli Orientamenti per la scuola dell'infanzia sono giudicati a tutt'oggi un capolavoro di pedagogia da esperti di tutto il mondo. Questi mutamenti curricolari hanno segnato la storia della scuola italiana in un processo continuo, ma seppur con grandissimi pregi e notevoli ricadute sul sistema scuola, si concentravano principalmente su un livello scolare, trascurandone altri. La novità introdotta con le riforme (Berlinguer e Moratti) del nuovo secolo è stata quella di considerare il curriculum nella sua globalità*" (Robutti, 2006).

I curriculi UMI - Unione Matematica Italiana presentati a partire dal 2001 considerano tutte le fasce scolari dalla primaria alla secondaria di secondo grado e si articolano in quattro nuclei di contenuto ('Il numero', 'Lo spazio e le figure', 'Le relazioni', 'Dati e previsioni') e tre nuclei di processo[4] ('Misurare', 'Porsi e risolvere problemi' e 'Argomentare e congetturare') trasversali ai contenuti. I temi sono organizzati in tabelle di abilità e conoscenze, presentando così l'articolazione e lo sviluppo dei contenuti stessi. All'interno della proposta si offrono indicazioni metodologiche attraverso la definizione di: *contesti di apprendimento*, di *discussione matematica in classe* e di *ruolo delle tecnologie* nell'apprendimento della matematica. Il tutto è accompagnato da decine di attività di classe che rendono esplicito, attraverso esempi, il curriculum proposto. Un elemento non trascurabile, in questa proposta è la relazione fra nuclei di contenuto e nuclei di processo, questi ultimi rappresentano l'elemento metodologico che rende significativi i contenuti dal punto di vista dell'insegnamento-apprendimento della matematica.

Bibliografia

AA. VV., *I programmi della media inferiore*, a cura di T. De Mauro e L. Lombardo Radice, Editori Riuniti, Reggio Emilia, 1984.

M. Bartolini Bussi, *Lo spazio, l'ordine, la misura*, Juvenilia Edizioni, Milano, 1992.

L. Ciarrapico, *Nuovi programmi di Matematica per la scuola secondaria superiore*, in "Notiziario dell'Unione Matematica Italiana", Anno XVI supplemento al n. 7, luglio 1989.

M. Ferrari, *Indicazioni Nazionali per i piani di studio personalizzati nella scuola primaria. Piccole chiose relative alla matematica*, in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", vol. 26A, n. 4, 2006.

F. Ferri, *Indicazioni per la scuola secondaria di primo grado. Un commento a caldo*..., in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", vol. 26A, n. 2, 2003.

O. Robutti, *La matematica in laboratorio e l'interazione fra studenti*, in "Atti del XXVI Convegno UMI-CIIM", Reggio Emilia, 2006 (in stampa).

---

[4] Nell'analisi comparata dei documenti ufficiali non si è tenuto conto del nucleo *Porsi e risolvere problemi* dei Curricoli UMI, dato che non aveva il suo corrispondente nelle Indicazioni Nazionali.

‘IL NUMERO’ NELLA SCUOLA PRIMARIA[5]

Giorgio Gabellini, Franca Masi***

**Docente di scuola primaria*
***Docente di scuola primaria*

Le scelte lessicali

Il D.P.R. 104/1985 ha titolato la parte del curricolo di matematica qui esaminata ‘Aritmetica’, mentre gli altri due documenti hanno preferito ‘Il numero’.

In ambito didattico ‘Aritmetica’ sembra essere legato ad una visione della matematica pratica, quella della quotidianità., e come tale perdere l’originario significato di ‘scienza dei numeri’ e di studio delle loro proprietà e delle loro relazioni

In tale contesto la scelta de ‘Il numero’ sembra più neutra in quanto fa semplicemente riferimento ad un oggetto matematico in sé e lascia aperti spazi di esplorazione meno definiti; ciò è tanto vero che gli analoghi usi del termine in altre nazioni danno luogo a specificazioni del tipo: conteggio, calcolo, (operazioni) … scandite in appositi paragrafi.

L’articolazione delle restanti colonne, la loro diversa organizzazione e scansione sono il frutto del clima culturale, del dibattito pedagogico, delle scelte di politica scolastica all’interno dei quali i documenti suddetti sono nati: si è così passati progressivamente dagli ‘obiettivi’ del 1985 alle ‘competenze’ del 2001, successivamente modificate ed uniformate a ‘conoscenze ed abilità’, che costituiscono anche la formulazione propria del documento del 2004. Osserviamo che sia ‘Obiettivi’ che ‘Competenze’ ci sembrano possedere un carattere di dinamicità: dinamicità connessa all’azione didattica nel primo caso, dinamicità connessa agli esiti dell’apprendimento nel secondo. ‘Conoscenze ed abilità’ appaiono invece come oggetti statici, in quanto patrimonio consolidato dall’allievo in un dato momento del suo sviluppo a seguito dell’azione educativa della scuola; una scelta programmaticamente orientata, tesa alla progressiva costruzione della ‘cittadinanza’.

In verità se entriamo all’interno dei tre testi queste distinzioni si assottigliano e si confondono. All’interno dei tre documenti le espressioni affini che enucleano di fatto i singoli ‘saper fare’ e che esprimono l’agire concreto ed atteso dell’alunno in ordine al nostro tema, mostrano un omogeneo prevalere di termini che sostanzialmente fanno riferimento al ‘*contare*’, ‘*confrontare*’, ‘*calcolare*’. Si rinvengono però anche parole che invi-

---

[5] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.P.R. 104/1985 - Programmi didattici per la scuola primaria; D.Lgs 59/2004 (Allegati B, C e D); Raccomandazioni per l’attuazione delle Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella scuola primaria (2004); “Matematica 2001: la matematica per il cittadino” prodotto da UMI.

Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

tano ad azioni del tutto mentali, interne al soggetto che apprende. Per esempio, è costante la presenza in tutti e tre i documenti dei verbi 'comprendere' e 'riconoscere'; li troviamo ripetutamente nel documento UMI, mentre sono più rari nelle Indicazioni Nazionali. Solo il DPR104/1985 propone '*intuire*' e '*interpretare*', mentre il '*memorizzare*' viene unicamente richiamato nelle Indicazioni Nazionali. '*Stimare*', '*ipotizzare*', '*prevedere*' si rinvengono solo nei due ultimi documenti.

Tale analisi comparativa sul piano lessicale potrebbe indurre a ritenere che il più recente documento sia più attento a definire il possesso delle conoscenze dell'allievo, piuttosto che valorizzare i processi di costruzione e comprensione delle conoscenze stesse. La stessa impressione sembra essere confermata all'interno nel "Profilo culturale e professionale dello studente" dove ancora si fa riferimento al '*contare*', '*eseguire operazioni aritmetiche*', '*calcolare*', anche se in quest'ultimo documento molta insistenza viene posta sulla '*risoluzione dei problemi*'.

I contenuti

In ordine ai contenuti matematici le tre formulazioni si differenziano, per alcuni aspetti sul piano quantitativo e per altri sul piano della modalità di approccio.

In particolare le Indicazioni si caratterizzano per una essenzialità espressiva attraverso la quale i temi vengono enunciati senza le precisazioni e le scansioni per sottotemi propri dei Programmi del 1985 e di Matematica 2001. Per esempio a fronte della *conoscenza* '*Concetto di maggiore, minore, uguale*' e della connessa *abilità* '*Ordinare raggruppamenti di oggetti*' delle Indicazioni Nazionali troviamo un più dettagliato ed articolato:

- "affrontare raggruppamenti di oggetti rispetto alla loro quantità e indicare se essi hanno lo stesso numero di elementi, oppure di più o di meno; … confrontare e ordinare [i numeri naturali], anche usando i simboli, < = >, inoltre disporli sulla linea dei numeri in modo corretto", nei *Programmi del 1985*;
- "confrontare raggruppamenti di oggetti … confrontare e ordinare numeri, sviluppando il senso della loro grandezza relativa; collocare numeri sulla retta", in *Matematica 2001*.

L'esempio sembra inoltre mostrare una più decisa attenzione verso un livello di concettualizzazione numerica non esplicato soltanto a livello operativo concreto, ma teso ad avviare l'assunzione del numero nella sua dimensione astratta: "*ordinare numeri naturali*" vs. "*ordinare raggruppamenti di oggetti*".

Se ci soffermiamo sulle quattro operazioni aritmetiche, che notoriamente costituiscono l'argomento portante e pervasivo del curricolo di matematica per la scuola primaria, le Indicazioni Nazionali pongono molta attenzione e richiamano insistentemente l''*acquisizione*', la '*padronanza*', la '*memorizzazione*', il '*consolidamento*' degli algoritmi, lasciando in ombra, o richiamandolo solo per alcuni aspetti particolari la comprensione del significato e la giustificazione delle procedura algoritmiche; coerentemente, purtroppo, è debole anche la focalizzazione sui significati, sia pur intuitivi al livello scolare di cui qui ci si occupa, connessi con le quattro operazioni aritmetiche.

Didatticamente rischioso ci appare l'asettico suggerimento di "*risolvere situazioni pro-*

blematiche utilizzando addizioni, sottrazioni […], moltiplicazioni divisioni"; stranamente asimmetrico si dimostra l'invito a *"comprendere le relazioni tra operazioni di addizione e sottrazione"* a cui però non corrisponde un analogo invito per moltiplicazione e divisione. Il curioso richiamo a modalità esecutive di calcolo, come la moltiplicazione a gelosia e la divisione canadese[6], appare, piuttosto che una potenziale arricchimento del significato delle operazioni e un approfondimento delle loro proprietà, un invito ad esecuzioni 'esotiche' di operazioni con *"metodi, strumenti e tecniche diversi"*.

Da questo punto di vista gli altri due documenti pongono in bella evidenza, invece, la comprensione del *"significato dei procedimenti di calcolo"*, del *"significato delle operazioni"* ed in particolare i Programmi del 1985 si distinguono per un più puntuale approccio al significato delle operazioni attraverso una focalizzazione sulle loro proprietà, che l'alunno dovrebbe *"intuire e saper usare"* per il calcolo mentale e non semplicemente *"utilizzare"*, come recitano le Indicazioni Nazionali.

Gli aspetti metodologici e didattici

Le Indicazioni Nazionali scelgono una modalità di presentazione che si mantiene volutamente distante da ogni presa di posizione di tipo metodologico e didattico. Né i documenti collegati, come quelli relativi al Profilo educativo culturale e professionale, ai Piani di studio personalizzati al Portfolio delle competenze individuali lasciano trasparire l'intento di volersi cimentare su questo piano se non in termini molto generali. Le Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali, che avevano accompagnato le prime stesure del D. Lgs. n. 59/2004, fornivano una chiave di lettura opportuna, anche se controversa, a cui ci si sarebbe potuti accostare per meglio cogliere le filosofie soggiacenti alle scelte culturali delle Indicazioni Nazionali. Tali Raccomandazioni, oggi, non costituiscono un testo a cui riferirsi neppure come documento orientativo; in tal modo a disposizione dell'insegnante è rimasto solo un lungo elenco di conoscenze ed abilità percepite come formulazione apparentemente estranea all'odierno dibattito culturale e pedagogico concernente la matematica e il suo insegnamento. Da una parte ciò potrebbe costituire una valorizzazione dell'autonomia didattica delle scuole; dall'altra però corre il rischio di accogliere con equidistanza qualsiasi scelta (anche la più retriva e superata concezione). Se, quindi, anche in nome dell'autonomia, si sente forte il bisogno di affermare la libertà didattica e metodologica dell'insegnante, non possiamo considerare indifferenti, a proposito delle operazioni aritmetiche, le due seguenti formulazioni, che proponiamo come esempio estremo e per amor di paradosso:

- "[Il maestro] si limiti ad imprimere bene nella mente degli scolari le definizioni e le regole delle quattro operazioni e a far sì che le eseguiscano speditamente e senza esitazioni" *(R.D. 10 ottobre 1867, n. 1942)*.
- "L'acquisizione significativa delle tecniche ordinarie di calcolo delle quattro operazioni scritte andrà opportunamente consolidata mettendo gli alunni in grado di saper ottenere, nei casi possibili, uno stesso risultato numerico elaborando, di volta in volta,

[6] Vedi 'Glossario minimo' pag. 119.

schemi di calcolo differenti, sia mediante scomposizioni diverse dei numeri, sia con l'uso pertinente delle proprietà delle operazioni" (*D.P.R. 12 febbraio 1985, n. 104).*

In questo senso il Documento UMI e i Programmi del 1985 si assumono l'onere di esprimere, oltre ad un'idea della matematica, anche una coerente ed aperta presa di posizione in ordine a questioni metodologiche e didattiche relative all'insegnamento/apprendimento della matematica; il primo documento fornendo un ricco ed articolato *corpus* di proposte esemplificative; il secondo dedicando ad ogni segmento della sua formulazione programmatica un apposito paragrafo orientato in senso didattico metodologico.

La continuità

L'annotazione conclusiva formulata nel paragrafo precedente condiziona la nostra analisi sugli elementi di continuità che il nucleo tematico delle Indicazioni Nazionali qui preso in esame evidenzia in relazione al segmento formativo della Scuola dell'infanzia: in pratica l'approccio al numero viene espresso all'interno di una linea di sostanziale sviluppo, anche se la formulazione per la scuola dell'infanzia appare più ricca ed articolata, se non più avanzata, rispetto a quella prevista per il primo anno di scuola primaria:

- contare oggetti, immagini, persone; aggiungere, togliere e valutare la quantità; ordinare e raggruppare per colore, forma, grandezza ecc. *(scuola dell'infanzia)*;
- usare il numero per contare, confrontare e ordinare raggruppamenti di oggetti *(scuola primaria)*.

Una caratteristica disomogenea che è rintracciabile peraltro anche all'interno del testo per la scuola primaria. In certa misura anche gli Orientamenti del 1991 per la scuola dell'infanzia rispetto ai precedenti Programmi del 1985 mostrano una più puntuale esplicitazione di contenuti e metodologie, anche scandita dall'età degli allievi.

I rilievi e le sottolineature formulate in relazione alle Indicazioni Nazionali (2004) ci appaiono, in molti casi, una diretta conseguenza di una scelta comunicativa sintetica dove, in generale, i contenuti sono omologabili a quelli proposti negli altri due documenti qui esaminati; nello stesso tempo però detti contenuti rischiano di essere assunti come arido indice, un catalogo all'interno del quale l'insegnante esperto e motivato potrà indubbiamente aggiungere il valore della sua esperienza pregressa, della sua cultura pedagogica e della sua matura professionalità, ma l'insegnante 'novizio' o comunque poco propenso all'impegno attivo e problematico potrebbe invece adagiare la sua azione relegandola unicamente in angusti parametri esecutivi, senza riflessione e senza slanci.

D.P.R. n. 104/1985 - 'Aritmetica'

Scuola primaria
Obiettivi
Primo e secondo anno Contare, sia in senso progressivo sia regressivo, collegando correttamente la sequenza numerica verbale con l'attività manipolativa e percettiva. Confrontare raggruppamenti di oggetti rispetto alla loro quantità ed indicare se essi hanno lo stesso numero di elementi, oppure di più o di meno. Leggere e scrivere i numeri naturali, almeno entro il cento, esprimendoli sia in cifre che in parole; confrontarli ed ordinarli, anche usando i simboli, < = >; inoltre disporli sulla linea dei numeri in modo corretto. Eseguire con precisione e rapidità semplici calcoli mentali di addizioni e sottrazioni. Raggruppare oggetti a due a due contando per due, raggruppandoli a tre a tre contando per tre, e così via. Con l'aiuto di quantità adeguate di oggetti, calcolare, in collegamento reciproco, il doppio/la metà, il triplo/il terzo, il quadruplo/ il quarto; ecc. Eseguire, almeno entro il cento, addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni e divisioni (con moltiplicatori e divisori di una cifra) anche con l'ausilio di opportune concretizzazioni e rappresentazioni.
Terzo, quarto e quinto anno Leggere i numeri, naturali e decimali, espressi sia in cifre sia in parole, traducendoli nelle corrispondenti somme di migliaia, centinaia, decine, unità, decimi, centesimi, ecc. Scrivere sia in cifre sia a parole, anche sotto dettatura, numeri naturali e decimali, comprendendo il valore posizionale delle cifre, il significato e l'uso dello zero e della virgola. Confrontare e ordinare i numeri naturali e decimali, utilizzando opportunamente la linea dei numeri. Scrivere una successione di numeri naturali partendo da una regola data; viceversa, scoprire una regola che generi una data successione. Intuire e saper usare la proprietà commutativa e associativa nella addizione e nella moltiplicazione, la proprietà distributiva del prodotto rispetto alla somma, la proprietà invariantiva nella sottrazione e nella divisione, anche per agevolare i calcoli mentali utilizzando opportune strategie e approssimazioni. Eseguire per iscritto le quattro operazioni aritmetiche con i numeri naturali e decimali, comprendendo il significato dei procedimenti di calcolo. Moltiplicare e dividere numeri naturali e decimali per dieci, cento e mille, comprendendo il significato di queste operazioni. Calcolare, in relazione reciproca, multipli e divisori di numeri naturali, e riconoscere i numeri primi. Trovare le frazioni che rappresentano parti di adatte figure geometriche, di insiemi di oggetti o di numeri; viceversa, data una frazione, trovare in opportune figure geometriche, in insiemi di oggetti o in numeri, la parte corrispondente con particolare attenzione alle suddivisioni decimali. Confrontare e ordinare le frazioni più semplici, utilizzando opportunamente la linea dei numeri (ad es. con graduazioni successive). Confrontare e ordinare sulla linea dei numeri gli interi relativi, facendo riferimento, se è necessario, a esperienze personali (ad es. l'uso del termometro). Rispettare l'ordine di esecuzione di una serie di operazioni (espressione), interpretando il significato della punteggiatura e comprendendo l'ordine stesso. Viceversa costruire un'espressione usando l'adeguata punteggiatura per il rispetto dell'ordine di esecuzione.

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. n. 59/2004) - 'Il numero'

Scuola primaria	
Conoscenze	***Abilità***
Classe prima I numeri naturali nei loro aspetti ordinali e cardinali. Concetto di maggiore, minore, uguale. Operazioni di addizione e di sottrazione fra numeri naturali.	*Classe prima* Usare il numero per contare, confrontare e ordinare raggruppamenti di oggetti. Contare sia in senso progressivo che regressivo. Esplorare rappresentare (con disegni,parole, simboli) e risolvere situazioni problematiche utilizzando addizioni e sottrazioni. Leggere e scrivere numeri naturali sia in cifre, sia in parole. Comprendere le relazioni tra operazioni di addizione e sottrazione.
Primo biennio Rappresentazione dei numeri naturali in base dieci: il valore posizionale delle cifre. Moltiplicazione e divisione tra numeri naturali. Significato del numero zero e del numero uno e il loro comportamento nelle quattro operazioni. Algoritmi delle quattro operazioni. Sviluppo del calcolo mentale. Ordine di grandezza.	*Primo biennio* Riconoscere nella scrittura in base dieci dei numeri, il valore posizionale delle cifre. Esplorare, rappresentare e risolvere situazione problematiche utilizzando la moltiplicazione e la divisione. Verbalizzare le operazioni compiute e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle. Acquisire e memorizzare le tabelline. Eseguire moltiplicazioni e le divisioni tra numeri naturali con metodi, strumenti e tecniche diversi (calcolo mentale, carta e penna, moltiplicazione a gelosia o araba, divisione canadese ecc.). Ipotizzare l'ordine di grandezza del risultato per ciascuna delle quattro operazioni tra numeri naturali.
Secondo biennio Relazioni tra numeri naturali: consolidamento delle quattro operazioni e dei relativi algoritmi di calcolo. Introduzione in contesti concreti dei numeri interi relativi (positivi, nulli, negativi). Ordinamento dei numeri interi relativi sulla retta numerica. Introduzione dei numeri decimali. Nozione intuitiva e legata a contesti concreti della frazione e loro rappresentazione simbolica. Scritture diverse dello stesso numero (frazione, frazione decimale, numero decimale). Ordine di grandezza ed approssimazione.	*Secondo biennio* Riconoscere e costruire relazioni tra numeri naturali (multipli, divisori, numeri primi...). Leggere e scrivere numeri naturali e decimali consolidando la consapevolezza del valore posizionale delle cifre. Confrontare e ordinare numeri decimali e operare con essi. Rappresentare i numeri nella retta numerica. Confrontare e ordinare le frazioni più semplici, utilizzando opportunamente la linea dei numeri. Eseguire le quattro operazioni anche con numeri decimali con consapevolezza del concetto e padronanza degli algoritmi. Avviare procedure e strategie di calcolo mentale utilizzando la proprietà delle operazioni. Effettuare consapevolmente calcoli approssimati. Fare previsioni sui risultati di calcoli eseguiti con mini calcolatrici. Confrontare l'ordine di grandezza dei termini di un'operazione tra numeri decimali ed il risultato.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Il numero'

Scuola primaria	
Conoscenze	***Abilità***
Classe prima Numeri naturali. Rappresentazione dei numeri naturali in base dieci. Addizione e sottrazione tra numeri naturali.	*Classe prima* Contare sia in senso progressive e regressivo. Contare oggetti e confrontare raggruppamenti di oggetti. Confrontare e ordinare numeri, sviluppando il senso della loro grandezza relativa. Collocare numeri sulla retta. Leggere e scrivere numeri in base dieci. Comprendere e usare consapevolmente i numeri nelle situazioni quotidiane in cui sono coinvolte grandezze e misure (lunghezze, pesi, costi, ecc.). Esplorare e risolvere situazioni problematiche che richiedono addizioni e sottrazioni, individuando le operazioni adatte a risolvere il problema; comprendere il significato delle operazioni. Calcolare il risultato di semplici addizioni e sottrazioni, usando metodi e strumenti diversi in situazioni concrete. Eseguire semplici calcoli mentali con addizioni e sottrazioni.
Primo biennio Numeri decimali, frazioni. Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali. Moltiplicazione e divisione tra numeri naturali.	*Primo biennio* Collegare le operazioni (addizione e sottrazione) tra numeri naturali ed operazioni tra grandezze (lunghezze, pesi, costi, ecc.). Eseguire semplici operazioni del tipo: doppio/metà, triplo/un terzo. Esplorare situazioni problematiche che richiedono moltiplicazioni e divisioni tra numeri naturali. Verbalizzare le strategie e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle. Calcolare il risultato di semplici moltiplicazioni e divisioni. Eseguire semplici calcoli mentali con moltiplicazioni e divisioni, utilizzando le tabelline e le proprietà delle operazioni. Riconoscere e costruire relazioni tra numeri naturali (multipli e divisori). Comprendere i significati delle frazioni (parti di un tutto unità, parti di una collezione, operatori di grandezze) Comprendere il significato e l'uso dello zero e della virgola. Comprendere il significato del valore posizionale delle cifre nel numero naturale e nel numero decimale. Confrontare e ordinare numeri decimali e operare con essi. Rappresentare i numeri naturali, i decimali e gli interi sulla retta.

(segue)

<table>
<tr><th>Conoscenze</th><th>Abilità</th></tr>
<tr><td>Secondo biennio
Proprietà dei numeri. Il numero zero e il numero uno.
Numeri decimali, frazioni.
Scrittura posizionale dei numeri naturali e decimali.
Operazioni tra numeri decimali.
Numeri interi.
Addizioni e sottrazioni tra numeri interi.
Proprietà delle operazioni.
Composizione di operazioni e significato delle parentesi.</td><td>Secondo biennio
Riconoscere scritture diverse (frazione decimale, numero decimale) dello stesso numero, dando particolare rilievo alla notazione con la virgola.
Attraverso applicazioni in contesti conosciuti, comprendere il significato dei numeri (positivi, nulli, negativi).
Eseguire addizioni e sottrazioni tra interi avvalendosi della rappresentazione sulla retta.
Riconoscere le differenze tra diversi sistemi di numerazione (es. additivo, posizionale); utilizzare i sistemi di numerici necessari per esprimere misure di tempo e angoli.
Eseguire addizioni, sottrazioni, moltiplicazioni, divisioni con padronanza degli algoritmi, usando metodi e strumenti diversi (calcolo mentale, carta e matita, abaco, calcolatrici, …); controllare la correttezza del calcolo, stimando l'ordine di grandezza.
Costruire e rappresentare semplici sequenze di operazioni note tra naturali.
Modellizzare e risolvere situazioni problematiche in campi diversi di esperienza con il ricorso a numeri e operazioni in notazioni diverse, (es. percentuali).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aspetti storici connessi - La scrittura dei numeri nel passato: origine e diffusione dei numeri indo-arabi; evoluzione della forma delle cifre, dalle cifre arabe a quelle attuali; sistemi di scrittura non posizionali (babilonesi, egizi e romani).</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nota - Si sconsiglia di affrontare le operazioni e le espressioni con le frazioni. È bene, infatti, che i bambini imparino a comprenderne il significato piuttosto che acquisire mere abilità operative. A questo livello scolastico, il linguaggio degli insiemi può essere un comodo strumento per esprimere in modo sintetico situazioni per risolvere problemi.</td></tr>
</table>

'IL NUMERO' NELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO[7]

*Rossella Garuti**

**Ricercatrice, IRRE Emilia-Romagna*

Le note che seguono costituiscono una riflessione che ha tratto spunto dall'organizzazione schematica di confronto fra i programmi del 1979 per la scuola media, i Curricoli UMI (2001) e le Indicazioni Nazionali del 2004 a proposito del nucleo tematico 'Il numero'.

Confrontando i documenti istituzionali (Programmi del 1979 e Indicazioni Nazionali) quello che emerge è che la strutturazione del tema 'Il numero' è sostanzialmente diversa fra i due indirizzi programmatici, del resto molta acqua è passata sotto i ponti dal 1979 al 2004. Nei programmi del '79 il secondo tema s'intitolava *Insiemi numerici* e, nella descrizione dei contenuti, a questo si faceva riferimento mettendo l'accento sull'ampliamento successivo del concetto di numero: *dai naturali agli interi relativi, dalle frazioni ai numeri razionali*, *approssimazioni successive come avvio ai numeri reali*, evidenziando una scelta metodologica esplicita. Nelle Indicazioni Nazionali la scelta metodologica è decisamente più ambigua e le conoscenze da sviluppare sono elencate senza un chiaro collegamento fra di loro. I programmi del '79 erano accompagnati da '*Orientamenti per la lettura dei contenuti*': una sorta di consigli per l'uso che rendevano comprensibile la scelta culturale sottostante la stesura dei programmi. Si scriveva, ad esempio, "…*le equazioni e le disequazioni troveranno una loro motivazione nella risoluzione di problemi appropriati. L'insegnante potrà, inoltre, presentare equazioni e disequazioni in forma unificata, utilizzando l'idea di frase aperta (enunciato con una o più variabili)*". Mancano nelle Indicazioni Nazionali spunti di questo genere.

Nelle Indicazioni Nazionali si 'ritrova' il calcolo letterale nella forma *Elementi fondamentali di calcolo algebrico*. Quali sono questi 'elementi fondamentali' e soprattutto perché? In quale contesto? L'introduzione all'uso delle lettere è un momento molto delicato ed è bene che sia precoce e che tenga conto degli aspetti di significato (semantica) per evitare una focalizzazione dello studente sugli aspetti di sola sintassi con i risultati problematici che poi emergono negli anni successivi. Nelle Indicazioni Nazionali, invece, si parla di calcolo algebrico e non certo di approccio ragionato all'uso delle lettere. C'è da dire, a onor del vero, che seppure i programmi del '79 avevano fatto uscire dalla porta il calcolo letterale, nella pratica didattica esso era rientrato dalla finestra "*Bi-*

---

7 Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.M. 9 febbraio 1979 - Programmi per la scuola media; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); "Matematica 2001: la matematica per il cittadino" prodotto da UMI. Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

sogna pur prepararli alle superiori, o no?". Forse, gli estensori delle Indicazioni hanno voluto tener conto di questa diffusa prassi didattica e sorvolare sui nodi concettuali inerenti al calcolo letterale: anche questa è una scelta di non poco conto.

Apparentemente le Indicazioni Nazionali e i Curricoli UMI sono molto più simili fra loro rispetto ai programmi del '79, infatti, entrambi sono divisi per Conoscenze e Abilità. I Curricoli UMI sono più dettagliati e da essi si evince una scelta metodologica chiara: *l'attenzione ai significati*. Nel testo "Matematica 2001" troviamo, ad esempio, *comprendere* il significato di elevamento a potenza, dei numeri razionali, delle frazioni come rapporto e come quoziente di numeri interi, di radice quadrata come operazione inversa dell'elevamento a potenza, e simili. Quest'attenzione dichiarata ai significati scompare del tutto nelle Indicazioni Nazionali. In altre parole, non si evince dalle Indicazioni Nazionali una scelta metodologica esplicita.

Anche nei Curricoli UMI, come nei programmi del '79 non si fa nessun riferimento al calcolo algebrico che è spostato al ciclo di istruzione successivo, mentre in un'altra parte dei Curricoli, il nucleo 'Le relazioni' introduce all'uso delle lettere come generalizzazione di semplici proprietà. Si pone l'accento, inoltre, sulla costruzione, sulla lettura, sull'interpretazione di formule e sull'uso di equazioni e disequazioni per la risoluzione di problemi.

Anche la scomparsa del nucleo 'Le relazioni' nella scuola primaria toglie a 'Il numero' gran parte del suo significato, riducendolo in un contesto prettamente sintattico. Sembra questa un'occasione persa se pensiamo che i non brillanti risultati dei quindicenni nelle prove OCSE-PISA possano essere anche letti come il prodotto di anni di pratiche didattiche tese ad esercitare i ragazzi sui vari tipi di calcolo, dimenticando gli aspetti di significato.

Per quanto riguarda il nucleo 'Il numero' è importante andare a vedere cosa dicono i documenti a proposito degli strumenti di calcolo. Non a caso una delle domande più frequenti che i docenti pongono nei corsi di formazione è: *calcolatrice, sì o no?*

Nei programmi del '79 si faceva esplicito riferimento ai diversi strumenti di calcolo (tavole numeriche, calcolatori tascabili, ecc) e se ne caldeggiava un uso ragionato. La stessa scelta si trova anche nei Curricoli UMI dove possiamo leggere questa indicazione: "*eseguire semplici calcoli con numeri razionali usando metodi e strumenti diversi (calcolo mentale, carta e matita, calcolatrici)*". Troviamo, inoltre, nei Curricoli UMI un intero capitolo dedicato alle nuove tecnologie nell'attività di insegnamento-apprendimento della matematica nel quale si focalizza l'attenzione sul ruolo che le tecnologie possono assumere per favorire il conseguimento di obiettivi di importanza strategica in campo matematico. In questo capitolo si parla delle calcolatrici numeriche e di come possano essere utilizzate per esplorare regolarità numeriche, per trovare l'insieme dei divisori di un numero naturale, per controllare l'attendibilità dei risultati. Allo stesso modo si parla dell'uso di fogli elettronici, che possono essere utilizzati per individuare regolarità numeriche, per esplorare le relazioni quantitative che caratterizzano situazioni diverse. Nelle Indicazioni Nazionali, per quanto riguarda la matematica, le Nuove Tecnologie non appaiono esplicitamente, se ne ritrova un cenno solo nel profilo in uscita; si può, comunque, immaginare che quando si parla di *eseguire semplici calcoli con i numeri razionali usando metodi e strumenti diversi* si faccia riferimento anche all'uso delle calcolatrici, ma perché non essere più espliciti, almeno come lo erano stati gli estensori dei programmi del '79? Tanto più se si pensa all'ostruzionismo che ancora molti insegnanti oppongono all'utilizzo di questo semplice strumento.

Un elemento che molto colpiva nei programmi del '79 erano alcune indicazioni su cosa non fare: "*si eviterà l'imposizione di regole che potrebbero essere più naturalmente individuate in altri contesti più significativi. Ad esempio, argomenti come la scomposizione in fattori primi, la ricerca del massimo comune divisore e del minimo comune multiplo, il calcolo di grosse espressioni aritmetiche, l'algoritmo per l'estrazione della radice quadrata, il calcolo letterale avulso da riferimenti concreti, non dovranno avere valore preponderante nell'insegnamento e tanto meno nella valutazione*". Era stata una scelta coraggiosa di chi sapeva bene cosa si faceva di matematica nella scuola reale. Nei Curricoli UMI sono presenti alcune note, non così forti come nei programmi del '79, ma dello stesso tipo: "*si consiglia di evitare il calcolo di lunghe espressioni numeriche, facendo presente in ogni caso che non è previsto il calcolo con le lettere, se non per quanto riguarda la risoluzione di equazioni numeriche*". In ogni caso si motivano delle scelte precise che sottintendono una buona conoscenza della prassi didattica. Nelle Indicazioni Nazionali nessuna nota di questo tipo è presente.

Per quanto riguarda gli elementi di continuità fra scuola primaria e secondaria di primo grado, si può considerare che in questo caso il filo conduttore fra i due ordini di scuola è ben teso e questo dipende in gran parte dal fatto che sia le Indicazioni Nazionali sia i Curricoli UMI sono riforme 'globali', nel senso che riguardano l'intero ciclo di studi, a differenza delle precedenti riforme che erano relative a singole parti del percorso scolastico. In particolare, per quanto riguarda 'Il numero' si vede bene come nella scuola primaria si parte da situazioni concrete per arrivare a una progressiva acquisizione del concetto, anche attraverso le sue molteplici rappresentazioni, mentre nel triennio successivo l'attenzione è rivolta alla conquista degli elementi più astratti cioè gli insiemi numerici.

Infine un'osservazione sulle competenze che l'allievo deve possedere alla fine del primo ciclo di istruzione: il nucleo 'Il numero' si ritrova nel PECUP citato esplicitamente come 'saper fare'*: esegue semplici operazioni aritmetiche mentalmente, per iscritto e con strumenti di calcolo*, ma anche come 'sapere' nel momento in cui *padroneggia concetti fondamentali della matematica e riflette sui principi e metodi impiegati*. Emerge quindi, coerentemente con i Curricoli UMI, la doppia funzione della matematica. Funzione strumentale per una comprensione quantitativa della realtà e funzione culturale come sapere logicamente strutturato e caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambe le funzioni sono essenziali per la formazione dell'alunno.

D.M. 9/2/1979 - 'Insiemi numerici'

Scuola secondaria di primo grado
Contenuti
Numeri naturali. Successivi ampliamenti del concetto di numero: dai naturali agli interi relativi; dalle frazioni (come operatori) ai numeri razionali. Rapporti, percentuali. Proporzioni. Rappresentazione dei numeri sulla retta orientata. Scrittura decimale. Ordine di grandezza. Operazioni dirette e inverse e loro proprietà nei diversi insiemi numerici. Potenza e radice. Multipli e divisori di un numero naturale e comuni a più numeri. Scomposizione in fattori primi. Esercizi di calcolo, esatto e approssimato. Approssimazioni successive come avvio ai numeri reali. Uso ragionato di strumenti di calcolo (ad es. tavole numeriche, calcolatori tascabili, ecc.)

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. n. 59/2004) - 'Il numero'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe Ripresa complessiva dei numeri interi e dell'aritmetica della scuola primaria: operazioni con i numeri naturali; i multipli e i divisori di un numero; i numeri primi; minimo comune multiplo, massimo comun divisore; potenze di numeri naturali; numeri interi relativi.	*Prima e seconda classe* Risolvere problemi e calcolare semplici espressioni tra numeri interi mediante l'uso delle quattro operazioni. Elevare a potenza numeri naturali. Ricercare multipli e divisori di un numero; individuare multipli e divisori comuni a due o più numeri. Scomporre in fattori primi un numero naturale. Leggere e scrivere numeri naturali e decimali in base dieci usando la notazione polinomiale e quella scientifica.
Terza classe Approfondimento e ampliamento del concetto di numero. La frazione come rapporto e come quoziente. I numeri razionali. Rapporti, percentuali e proporzioni. Scrittura decimale dei numeri razionali. Operazioni tra numeri razionali. Confronto tra numeri razionali. La radice quadrata come operazione inversa dell'elevamento al quadrato.	*Terza classe* Riconoscere frazioni equivalenti: Confrontare numeri razionali e rappresentarli sulla retta numerica. Eseguire operazioni con i numeri razionali in forma decimale: Eseguire semplici calcoli con numeri razionali usando metodi e strumenti diversi.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Il numero'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe Operazioni con i numeri interi Potenze di numeri naturali e interi Numeri primi Massimo comune divisore e minimo comune multiplo Rapporti, percentuali e proporzioni Numeri decimali limitati e illimitati periodici Numeri razionali Operazioni tra numeri razionali	*Prima e seconda classe* Eseguire le quattro operazioni con i numeri interi Elevare a potenza numeri naturali e interi; comprendere il significato di elevamento a potenza e le proprietà di tale operazione Scomporre in fattori primi un numero intero, anche con l'ausilio della calcolatrice Determinare multipli e divisori di un numero intero e multipli e divisori comuni a più numeri Leggere e scrivere numeri naturali e decimali finiti in base dieci usando la notazione polinomiale e quella scientifica Comprendere i significati delle frazioni come rapporto e come quoziente di numeri interi Riconoscere frazioni equivalenti; comprendere il significato dei numeri razionali Riconoscere e usare scritture diverse per lo stesso numero razionale (decimale, frazionaria, percentuale ove possibile) Confrontare numeri razionali rappresentandoli sulla retta Eseguire semplici calcoli con numeri razionali usando metodi e strumenti diversi (calcolo mentale, carta e matita, calcolatrici) Comprendere il significato di radice quadrata, come operazione inversa dell'elevamento al quadrato Risolvere problemi e modellizzare situazioni in campi di esperienza diversi.
Terza classe Numeri decimali non periodici Calcolo approssimato ed errore Proprietà delle operazioni	*Terza classe* Effettuare semplici sequenze di calcoli; Effettuare semolici calcoli approssimati; Rappresentare con lettere le principali proprietà delle operazioni
Aspetti storici connessi - Un sistema di scrittura semiposizionale: la notazione sessagesimale babilonese.	
Nota - Nel corso dei tre anni, gli insegnanti decideranno il momento più opportuno per introdurre le varie operazioni fra numeri interi e quelle fra numeri razionali. Si consiglia inoltre di evitare il calcolo di lunghe e complesse espressioni numeriche, facendo presente in ogni caso che non è previsto il calcolo con lettere, se non per quanto riguarda la risoluzione di equazioni numeriche.	

‘GEOMETRIA’ NELLA SCUOLA PRIMARIA[8]

Annalisa Fabbri, Rossella Garuti***

**Docente - Direzione Didattica ‘Govoni’, Ferrara*
***Ricercatrice - IRRE Emilia-Romagna*

I programmi del 1985 non separavano ‘Geometria’ da ‘Misura’, mentre sia le Indicazioni Nazionali del 2004 sia i Curricoli UMI trattano separatamente i due nuclei, però con una differenza sostanziale: nei Curricoli UMI il nucleo ‘Misurare’ è un nucleo di processo cioè trasversale ai quattro nuclei di contenuto, proprio per esaltare il fatto che il nucleo ‘La misura’ non è collegato esclusivamente a ‘Geometria’, come è nella prassi didattica consolidata.

Programmi del 1985 e Indicazioni Nazionali

Confrontando i programmi del 1985 e le Indicazioni Nazionali si può osservare che nei primi gli obiettivi erano più ampi o semplicemente descritti in modo più particolareggiato. Innanzitutto rimane la scelta di partire dallo spazio che ci circonda per arrivare alla geometria come parte della matematica.

Le Raccomandazioni dicono, infatti, “*particolare cura dovrà essere dedicata alla formazione e alla educazione di una sicura intuizione spaziale*” ed è un commento importante perchè la sola lettura delle conoscenze nelle Indicazioni porterebbe a pensare ad un passaggio molto precoce alle figure geometriche.

Un’osservazione che si può fare è che per la classe prima tra le abilità che gli alunni devono sviluppare si trova “*localizzare oggetti nello spazio fisico ... usando termini adeguati (sopra/sotto, davanti/dietro, dentro/ fuori)*”.

I binomi locativi suddetti in genere non costituiscono un problema per i bambini di prima, date le esperienze fatte nella scuola dell’infanzia, mentre il binomio destra/sinistra continua a creare problemi e non solo in prima; pertanto ci si può chiedere se il fatto di averli eliminati sia una scelta o una dimenticanza.

Un vero problema è rappresentato dal fatto che nel primo biennio si parla, nelle Indicazioni Nazionali, di “*Introduzione intuitiva del concetto di perimetro, e area di figure piane e del concetto di volume di figure solide*”.

---

[8] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.P.R. 104/1985 - Programmi didattici per la scuola primaria; D.Lgs 59/2004 (Allegati B, C e D); Raccomandazioni per l’attuazione delle Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella scuola primaria (2004); “Matematica 2001: la matematica per il cittadino” prodotto da UMI.

Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

Seppur addolciti dal termine 'intuitivo' si tratta pur sempre di concetti che necessitano di una didattica dai tempi lunghi e pare perlomeno bizzarro che poi nel secondo biennio scompaia qualunque cenno al concetto di volume, significa che dovrà essere ripreso solo nella scuola secondaria di primo grado?

Ci sembra che parlare di volume sia assolutamente prematuro nei primi anni di scuola elementare. Su questo argomento i programmi del 1984 erano più cauti e per certi versi più espliciti.

Per quanto riguarda le trasformazioni geometriche, nelle Indicazioni Nazionali, si osserva un'incongruenza: nel primo biennio si parla genericamente di '*simmetrie di una figura*', mentre nel secondo biennio si parla di '*simmetrie in oggetti o figure date*'.

Nella prassi didattica consolidata il procedimento di solito è opposto: prima si individuano le simmetrie in oggetti e figure e solo dopo si individuano simmetrie in figure geometriche piane.

Non è chiaro cosa si intenda nelle Indicazioni Nazionali, poiché il termine 'figure' risulta abbastanza generico; sia i programmi del 1984, sia i Curricoli UMI sono più chiari a questo proposito: le simmetrie sono indicate tra le conoscenze sia del primo che del secondo biennio e nelle abilità del primo biennio è comunque specificato "*individuare simmetrie in oggetti e figure date*".

Per quanto riguarda una delle attività più consolidate nella scuola elementare, quelle intorno al concetto di equiscomponibilità, si può rilevare che si parla di 'scomponibilità' (termine non del tutto corretto in matematica) di figure poligonali per quanto riguarda le conoscenze, ma non c'è nulla nella colonna delle abilità; ci si potrebbe allora chiedere quali attività sono collegate a questa conoscenza.

Su questo argomento i programmi del 1984 erano molto più chiari poiché davano come obiettivo, nel secondo ciclo, quello di riconoscere l'equiestensione di semplici figure piane mediante scomposizioni e ricomposizioni. In generale si può notare che le conoscenze e le abilità presenti nelle Indicazioni Nazionali nel nucleo 'Geometria' sono, per così dire, scollegate fra loro e non è facile desumere quale percorso didattico svolgere.

I Curricoli UMI

Nei Curricoli UMI il nucleo si chiama 'Lo spazio e le figure' e già il nome indica una scelta didattica esplicita, inoltre pur distinguendo, come nelle indicazioni, fra conoscenze e abilità, è possibile desumere un percorso didattico lineare. Il nucleo, infatti, si configura come studio dello spazio e degli oggetti in esso presenti (linee, figure e solidi) e si articola in uno studio dapprima 'sperimentale' per arrivare, in un secondo tempo, all'utilizzo di metodi matematici.

I Curricoli UMI, infine, fanno esplicito riferimento agli strumenti che si possono (devono) usare in geometria: riga, squadra, compasso...; ma si parla anche di software di geometria dinamica per favorire l'esplorazione delle figure geometriche e un primo approccio al pensiero teorico.

Sintesi

Alcuni elementi accomunano i tre documenti presi in esame: l’esplorazione delle figure geometriche ricorrendo a modelli concreti, l’attenzione alla descrizione delle caratteristiche delle principali figure geometriche e l’attenzione alle attività che riguardano le trasformazioni geometriche.

Questo potrebbe essere un elemento positivo di prassi didattica consolidata; ma è veramente così?

D.P.R. 104/1985 - ‘Geometria’[9]

Scuola primaria
Obiettivi
Primo e secondo anno Localizzare oggetti nello spazio, prendendo come riferimento sia se stessi, sia altre persone e oggetti, e usare correttamente i termini: davanti/dietro, sopra/sotto, a destra/a sinistra, vicino/lontano, dentro/fuori; Effettuare spostamenti lungo percorsi che siano assegnati mediante istruzioni orali e scritte e descrivere - verbalmente o per iscritto percorsi eseguiti da altri, anche ricorrendo a rappresentazioni grafiche appropriate; Riconoscere negli oggetti dell'ambiente e denominare correttamente i più semplici tipi di figure geometriche, piane e solide; Individuare simmetrie in oggetti e figure date; realizzare e rappresentare graficamente simmetrie mediante piegature, ritagli, disegni, ecc.; Confrontare e misurare lunghezze, estensioni, capacità, durate temporali, usando opportune unità, arbitrarie o convenzionali, e loro successive divisioni.
Terzo, quarto e quinto anno Riconoscere in contesti diversi, denominare, disegnare e costruire le principali figure geometriche piane; costruire con tecniche e materiali diversi, alcune semplici figure geometriche solide e descriverne alcune caratteristiche, come, nel caso di poliedri, numero dei vertici, degli spigoli, delle facce; Riconoscere l'equiestensione di semplici figure piane mediante scomposizioni e ricomposizioni; Misurare e calcolare il perimetro e l'area delle principali figure piane, avendo consapevolezza della diversità concettuale esistente tra le due nozioni; Trovare il volume di oggetti anche irregolari con strategie e unità di misura diverse, avendo consapevolezza della diversità concettuale esistente tra la nozione di volume e quella di area della superficie di una figura solida; Individuare, in situazioni concrete, posizioni e spostamenti nel piano (punti, direzioni, distanze, angoli come rotazioni); rappresentare tali situazioni anche con l'uso di reticolati a coordinate intere positive, di mappe, di cartine, ecc.; Usare correttamente espressioni come: retta verticale, orizzontale, rette parallele, incidenti, perpendicolari; disegnare, con riga, squadra e compasso, rette parallele e perpendicolari, angoli e poligoni; Riconoscere eventuali simmetrie presenti in una figura piana e classificare triangoli e quadrangoli rispetto alle simmetrie stesse; Realizzare, anche con l'uso di materiale concreto e con disegni, la corrispondente di una figura geometrica piana sottoposta ad una traslazione, ad una simmetria assiale, ad una rotazione, ad un ingrandimento e rimpicciolimento in scala; Conoscere le principali unità internazionali e pratiche per la misura di lunghezze, aree, volumi/capacità, pesi; saperle usare correttamente per effettuare stime e misure; Scegliere, costruire e utilizzare strumenti adeguati per effettuare le misurazioni; Passare da una misura espressa in una data unità ad un'altra ad essa equivalente, limitatamente ai casi più comuni e con aderenza al linguaggio corrente anche in riferimento al sistema monetario. Effettuare misure: di ampiezze angolari (in gradi), di durate (in ore, minuti primi e secondi); operare con tali unità in casi problematici reali.

[9] Il nucleo era unito a ‘Misura’, qui sono indicate le parti riferibili a ‘Geometria’.

Indicazioni Nazionali (D.Lgs n. 59/2004) - 'Geometria'

Scuola primaria	
Conoscenze	***Abilità***
Classe prima Collocazione di oggetti in un ambiente, avendo come riferimento se stessi, persone, oggetti. Osservazione ed analisi delle caratteristiche (proprietà) di oggetti piani o solidi. Mappe, piantine, orientamento. Caselle ed incroci sul piano quadrettato.	*Classe prima* Localizzare oggetti nello spazio fisico, sia rispetto a se stessi, sia rispetto ad altre persone o oggetti, usando termini adeguati (sopra/sotto, davanti/dietro, dentro/fuori). Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno e viceversa. Ritrovare un luogo attraverso una semplice mappa. Individuare la posizione di caselle o incroci sul piano quadrettato.
Primo biennio Le principali figure geometriche del piano e dello spazio. Rette incidenti, parallele, perpendicolari. Introduzione del concetto di angolo a partire da contesti concreti. Simmetrie di una figura. Introduzione intuitiva del concetto di perimetro e area di figure piane e del concetto di volume di figure solide. Concetto di scomponibilità di figure poligonali.	*Primo biennio* Costruire mediante modelli materiali, disegnare, denominare e descrivere alcune fondamentali figure geometriche del piano e dello spazio. Descrivere gli elementi significativi di una figura ed identificare, se possibile, gli eventuali elementi di simmetria. Individuare gli angoli in figure e contesti diversi. Identificare il perimetro e l'area di una figura assegnata.
Secondo biennio Consolidamento, in maniera operativa, del concetto di angolo. Analisi degli elementi significativi (lati, angoli, …) delle principali figure geometriche piane. Denominazione di triangoli e quadrangoli con riferimento alle simmetrie presenti nelle figure, alla lunghezza dei lati e all'ampiezza degli angoli. Concetto di isoperimetria e di equiestensione in contesti concreti. Riconoscimento di simmetrie, rotazioni, traslazioni.	*Secondo biennio* Usare, in contesti concreti, il concetto di angolo. Esplorare modelli di figure geometriche; costruire disegnare le principali figure geometriche esplorate. Partendo da osservazioni materiali, riconoscere significative proprietà di alcune figure geometriche (es. figure isoperimetriche o equiestese) Individuare simmetrie in oggetti o figure date, evidenziandone le caratteristiche. Riconoscere figure ruotate o traslate di figure assegnate. Operare concretamente con le figure effettuando trasformazioni assegnate.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - Lo spazio e le figure

<table>
<tr><th colspan="2">Scuola primaria</th></tr>
<tr><th>Conoscenze</th><th>Abilità</th></tr>
<tr><td>Classe prima
Collocazione di oggetti in un ambiente.
Mappe, piantine e orientamento.</td><td>Classe prima
Riconoscere e descrivere alcune delle principali relazioni spaziali (sopra/sotto, davanti/dietro, dentro/fuori…).
Eseguire un semplice percorso partendo dalla descrizione verbale o dal disegno e viceversa.
Riconoscere, nel mondo circostante e nel disegno, alcune delle principali forme geometriche del piano e dello spazio, riflettendo sulle relazioni tra forma e uso.</td></tr>
<tr><td>Primo biennio
Le prime figure del piano dello spazio (triangolo,quadrato, cubo…).
I principali enti geometrici.
Simmetrie.
Sistema di riferimento cartesiano
Nota - Si consiglia di evitare le definizioni a priori delle figure geometriche</td><td>Primo biennio
Progettare e costruire oggetti con forme semplici.
Costruire e disegnare con strumenti vari le principali figure geometriche.
Individuare simmetrie in oggetti e figure date; realizzarle e rappresentarle col disegno.
Individuare gli elementi significativi di una figura (lato, angolo, altezza…).
Usare in maniera operativa, in contesti diversi, il concetto di angolo (anche mediante rotazioni).
Utilizzare il piano cartesiano per localizzare punti e figure.</td></tr>
<tr><td>Secondo biennio
Le principali figure del piano e dello spazio.
I principali enti geometrici.
Simmetrie, traslazioni, rotazioni.
Gli angoli e la loro ampiezza.
Rette incidenti, parallele, perpendicolari.
Uguaglianza tra figure.
Scomposizione e ricomposizione poligoni spaziali.
Semplici scomposizioni di figure.
Equivalenza di figure.
Unità di misura di lunghezze, aree e volumi.
Perimetro di poligoni.
Area di semplici poligoni.
Volume di semplici solidi.
Sistema di riferimento cartesiano.</td><td>Secondo biennio
Effettuare traslazioni e rotazioni (movimenti rigidi) di oggetti e figure.
Conoscere le principali proprietà delle figure geometriche.
Riconoscere figure equiscomponibili e usare il concetto di equiscomponibilità per la determinazione di aree e di volumi in casi semplici, senza utilizzare troppe formule.
Calcolare perimetri, aree e volumi delle più semplici figure geometriche.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Nota - A fianco di strumenti usati tradizionalmente (riga, squadra, compasso...) si consiglia di utilizzare anche software di geometria dinamica. Si eviti di far ricorso a formule di aree di poligoni complessi attraverso l'uso dei numeri fissi. Si sconsiglia di fare imparare a memoria agli allievi le formule inverse, favorendo invece lo sviluppo di strategie per ricavarle.</td></tr>
</table>

‘GEOMETRIA’ NELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO[10]

Anna Cristina Canella, Anna Marantonio***

**Docente - Scuola Media ‘Tasso-Boiardo’, Ferrara*
***Docente - ITAS ‘Serpieri, Bologna*

Non si notano sostanziali differenze tra le conoscenze nelle Indicazioni Nazionali e le conoscenze nei Curricoli UMI 2001, è anzi evidente che sono state individuate a partire le une dalle altre, in alcuni casi sono anche espresse con lo stesso linguaggio. Nei programmi del ’79, non essendoci la distinzione tra conoscenze e abilità, sotto la voce contenuti si trovano in effetti anche le abilità da promuovere e alcune indicazioni di metodo, ad esempio “*costruzioni geometriche con l’ uso di riga, squadra, compasso; similitudini piane, in particolare omotetie, a partire da ingrandimenti e rimpicciolimenti; riduzioni in scala*”.

La ‘Geometria’ nei Programmi del ’79 è suddivisa su tre temi: ‘La geometria prima rappresentazione del mondo fisico’, ‘Il metodo delle coordinate’, ‘Trasformazioni geometriche’. Al loro interno, attraverso le indicazioni sul metodo di lavoro, viene espressa con chiarezza l’attenzione per la matematica intesa come strumento utile in contesti di tipo diverso: “*uso del metodo delle coordinate in situazioni concrete; lettura di carte topografiche e geografiche, semplici leggi matematiche ricavate anche dal mondo fisico, economico, ecc. e loro rappresentazione nel piano cartesiano; osservazione di trasformazioni geometriche: ombre prodotte da raggi solari o da altre sorgenti luminose, rappresentazioni prospettiche (fotografie, pittura ecc.), immagini deformate*”. La stessa attenzione pare recepita e sviluppata anche dall’UMI e dalle Indicazioni Nazionali

Per quanto riguarda le abilità individuate dalle Indicazioni Nazionali, è evidente la loro somiglianza, o meglio l’identità, con le abilità proposte dall’UMI.

Si potrebbe, a voler essere molto precisi, evidenziare che le Indicazioni Nazionali per le conoscenze di geometria piana entrano nei dettagli, mentre per la geometria sul piano cartesiano non forniscono indicazioni specifiche, esso è presentato come contenuto a sé stante e non collegato a situazioni problematiche. Bisogna ricordare che nei programmi del ’79 il piano cartesiano era contenuto in un tema specifico “il metodo delle coordinate”, e guidava il passaggio dalla geometria sintetica alla geometria analitica. Questo elemento, che rappresentava una scelta metodologica dei programmi del ’79 sembra sparire nelle Indicazioni Nazionali.

---

[10] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.M. 9 febbraio 1979 - Programmi per la scuola media; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); “Matematica 2001: la matematica per il cittadino” prodotto da UMI. Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

Crea forse disagio e fa ritenere sia avvenuto un 'forte' cambiamento il fatto che, contenuti quali le trasformazioni geometriche, presenti in modo dettagliato anche nei programmi del '79, nella prassi didattica siano state spesso trascurate o completamente dimenticate.

Per questo, le Indicazioni Nazionali chiariscono che il significato e la funzione da attribuire alle tabelle degli obiettivi specifici di apprendimento è il seguente: "*Esse hanno lo scopo di indicare con la maggior chiarezza e precisione possibile i livelli essenziali di prestazione (intesi qui nel senso di standard di prestazione del servizio) che le scuole pubbliche della Repubblica sono tenute in generale ad assicurare ai cittadini per mantenere l'unità del sistema educativo nazionale di istruzione e di formazione, per impedire la frammentazione e la polarizzazione del sistema e, soprattutto, per consentire ai ragazzi la possibilità di maturare in tutte le dimensioni tracciate nel Profilo educativo, culturale e professionale previsto per la conclusione del I ciclo degli studi" e quindi ne indicano una certa 'obbligatorietà'*".

Frequente è il richiamo, nelle Indicazioni Nazionali, al saper fare, sottolineatura già presente nei Programmi del '79 ma spesso poco attuato nella pratica didattica. Viene ora posto l'accento sul fatto che l'apprendimento della matematica, ed in particolare della geometria, non può più coincidere con l'applicazione di regole e formule ma deve avvenire attraverso l'attuazione di percorsi di tipo laboratoriale.

Nelle conoscenze delle Indicazioni Nazionali compare: "*significato di π e cenni storici ad esso relativi*"; l'attenzione agli aspetti storici ed evolutivi della matematica è riconosciuta da tutti come importante, sarebbe stato forse più indicato però, dal momento che l'indicazione è tratta o meglio ritagliata dall'UMI, non riportare un unico, anche se significativo, esempio.

Un solo esempio, infatti, fa sembrare episodico e anedottico l'uso di riferimenti storici, quando, proprio nel caso di questo nucleo, l'evoluzione storica dei concetti è strettamente collegata alle fasi di sviluppo del nucleo stesso.

Il problema dei riferimenti espliciti a strumenti e sussidi, già evidenziato per la scuola primaria, esiste anche in questa parte del ciclo. Anzi, appare ancora più sconcertante che non si faccia nessun riferimento a software di geometria dinamica che in molte scuole, in Emilia-Romagna per esempio, sono diventate di uso comune.

Su questo punto i Curricoli UMI rappresentano una punta avanzata, anche rispetto ai programmi del '79; infatti in uno specifico capitolo dedicato all'uso delle tecnologie si dice: "*I sistemi di geometria dinamica consentono di utilizzare, con estrema facilità, il movimento nell'insegnamento-apprendimento della geometria euclidea; ciò consente di portare sotto il controllo della percezione l'insieme delle relazioni che definiscono una figura, potendo osservare le proprietà che si conservano e quelle che cambiano quando la figura viene trascinata"*.

In generale nelle Indicazioni Nazionali l'analisi relativa a finalità, potenzialità, collegamenti, metodi della matematica, è un po' frettolosa; probabilmente ciò è da attribuire al fatto che nel '79 la didattica della matematica era meno conosciuta/praticata, servivano, di conseguenza, maggiori precisazioni; tuttavia leggendo le indicazioni, i temi e gli orientamenti del '79 si ha la sensazione di una maggior attenzione per la didattica della disciplina e per i suoi aspetti metodologici.

L’elemento che accomuna i programmi del ’79, i Curricoli UMI e le Indicazioni Nazionali è rappresentato dalla scelta metodologica di fondare un’ampia base esperenziale e di ragionamento che consenta un approccio più maturo al nucleo nel secondo ciclo dell’istruzione.

Alcune osservazioni sullo sviluppo verticale della disciplina

Per la scuola primaria sono state fornite delle Raccomandazioni per l’attuazione delle Indicazioni Nazionali per i piani di studio personalizzati che, a nostro parere, possono essere utili anche per la scuola secondaria di primo grado, alla quale tra l’altro vengono fatti precisi riferimenti.

Nelle Raccomandazioni per la geometria si legge: “*la geometria arricchisce il processo di ‘evoluzione continua’ dal concreto all’astratto attraverso:*

- *osservazione e manipolazione;*
- *modellizzazione, prima forma di razionalizzazione, che conduce all’idea di figura geometrica*”.

Si deve insistere molto sulle esperienze spaziali dei bambini, sull’osservazione, sulla rappresentazione degli oggetti, poiché arrivare troppo in fretta all’idea di figura geometrica risulta essere, nella scuola secondaria di primo grado, causa di disinteresse e di difficoltà.

Lo studio della geometria anche nella scuola secondaria di primo grado si dovrebbe appoggiare ad attività di osservazione e di modellizzazione; nella prassi didattica spesso si cerca, con scarsi risultati, d’insegnare ‘i concetti geometrici’ senza passare per attività di tipo operativo.

D’altra parte l’uso sempre più diffuso di strumenti di costruzione geometrica come il software *Cabrì géomètre* offre la possibilità di sviluppare ‘in tempi compatibili’ percorsi di manipolazione, osservazione, modellizzazione.

Come passo successivo, da realizzare alla fine della scuola primaria e successiva scuola secondaria le Raccomandazioni propongono: “*definizione razionale, astratta e rigorosa di figura geometrica fondata sulla caratterizzazione razionale dell’oggetto geometrico indagato, basata su certe opportune proprietà rigorosamente individuate*”.

L’esperienza mostra che alla fine della scuola primaria l’obiettivo sopra indicato non è raggiunto. È corretto, probabilmente, indicarlo come obiettivo da raggiungere alla fine della scuola secondaria di primo grado, modulando definizione e proprietà all’interno dei percorsi individuali. Un aiuto “*all’individuazione rigorosa di proprietà*” è senz’altro fornito dall’utilizzo di software di geometria dinamica, come ad esempio il già citato *Cabrì géomètre* che presenta le *proprietà* nel suo menù comandi e che consente esplorazioni che facilitano l’osservazione/definizione delle proprietà geometriche.

La pratica didattica mette inoltre in evidenza che l’acquisizione dei concetti matematici avviene per gli alunni attraverso continue approssimazioni, mutazioni, sistemazioni e i tempi di tali operazioni sono diversi per ognuno; una realizzazione corretta dei piani di studio personalizzati, che coinvolga tutti i livelli di scuola, potrebbe forse produrre un generale miglioramento dei livelli di apprendimento.

Più appropriata per la fascia 5/6-13/14 anni risulta essere l’indicazione, sempre contenuta nelle Raccomandazioni, "... *partendo dall'osservazione resa più attenta alle diverse relazioni ... le figure rivelano un'ampia gamma di analogie, differenze …la geometria è proprio lo studio di procedure di confronto, ciò che varia e ciò che resta inalterato… che si collega tra l'altro a quanto indicato nel PECUP 'osserva la realtà, per riconoscervi, relazioni tra oggetti o grandezze, regolarità, differenze, invarianze o modificazioni nel tempo e nello spazio'.*

Ancora nelle Raccomandazioni si legge: "... *la matematica nasce quando si costruisce una dottrina, astratta, razionale, generale in cui le proprietà già intuite sperimentalmente, vengono confermate e quindi approfondite e generalizzate con lo strumento della deduzione razionale".*

Questo percorso di apprendimento coinvolge tutti i livelli di scuola; alla scuola primaria e secondaria di primo grado competono, delle diverse tappe, quella sensoriale, intuitiva, operativa fino ad arrivare alla capacità di astrarre, mettere in relazione, correlare e quindi comprendere proprietà geometriche. La realizzazione corretta di questo percorso risulta indispensabile per l'avvio della fase deduttivo-razionale che si svilupperà compiutamente solo nella scuola secondaria di secondo grado.

Partendo quindi dalle nozioni di tipo spaziale-geometrico, proprie del pensiero e dell'esperienza dei bambini, attraverso l'osservazione, la manipolazione, la costruzione, la rappresentazione grafica di oggetti si dovrebbe favorire la formazione di un primo bagaglio di intuizioni e di concetti utili per proseguire lo studio della disciplina.

La richiesta è quindi quella di promuovere negli alunni il passaggio dagli oggetti concreti alle immagini mentali, ai concetti geometrici.

"*…le immagini mentali si formano osservando gli oggetti concreti; e che i concetti astratti si formano per astrazione dalle immagini mentali….gli oggetti concreti non hanno forme geometriche …è verosimile che un bambino abbia delle immagini approssimative e che ad un certo punto dello sviluppo intellettuale le immagini vengono regolarizzate in modo che si adattino ai concetti precisi cosi come li ha costruiti la scienza geometrica*" (F. Speranza)[11].

Uno dei problemi dell'insegnante della scuola secondaria di primo grado è allora quello di individuare i concetti geometrici e le abilità di cui favorire l'apprendimento in relazione:

- alla formazione personale di ogni alunno;
- al futuro scolastico di ogni alunno.

Per i contenuti e le abilità si può fare riferimento alle Indicazioni Nazionali; il 'sapere' e il 'fare' dovranno poi diventare competenze.

Per le competenze si può far riferimento al PECUP: "(...) *legge carte stradali, mappe della città, osserva la realtà, per riconoscervi, relazioni tra oggetti o grandezze, regolarità, differenze, invarianze o modificazioni nel tempo e nello spazio; padroneggia concetti fondamentali della matematica; risolve problemi impiegando forme simboliche caratteristiche della matematica (…figure,…) dando particolare significato alla geometria; adopera il linguaggio e i simboli della matematica per indagare con metodo cause di fenomeni problematici in contesti vari, per spiegarli, rappresentarli ed elaborare progetti di risoluzione*".

---

[11] Francesco Speranza (1932-1998). Professore di Matematiche Complementari presso l'Università di Parma. Dagli inizi degli anni '70 si occupò di didattica della matematica e di divulgazione, scrivendo anche libri di testo per tutti gli ordini di scuola.

In relazione anche a quanto espresso nei documenti indicati sopra, sarebbe forse più importante esplicitare ‘come imparare’ piuttosto del ‘che cosa imparare’:

- esplorare, descrivere e rappresentare;
- utilizzare le trasformazioni geometriche per operare su figure;
- determinare misure di grandezze geometriche;
- usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi del mondo reale o interni alla matematica;
- porsi problemi;
- giustificare, motivare, argomentare.

D.M. 9/2/1979 - 'Geometria'

Scuola secondaria di primo grado
Contenuti[12]
La geometria prima rappresentazione del mondo fisico Dagli oggetti ai concetti geometrici: studio delle figure del piano e dello spazio a partire da modelli materiali. Lunghezze, aree, volumi, angoli e loro misura. Semplici problemi di isoperimetria e di equiestensione. Il teorema di Pitagora. Costruzioni geometriche: uso di riga, squadra, compasso. *Il metodo delle coordinate* Uso del metodo delle coordinate in situazioni concrete; lettura di carte topografiche e geografiche. Coordinata di un punto della retta: coordinate di un punto del piano. Rappresentazione e studio di semplici figure del piano, ad es. figure poligonali di cui siano assegnate le coordinate dei vertici. Semplici leggi matematiche ricavate anche dal mondo fisico, economico, ecc. e loro rappresentazione nel piano cartesiano; proporzionalità diretta e inversa, dipendenza quadratica, ecc. *Trasformazioni geometriche* Isometrie (o congruenze) piane - traslazioni, rotazioni, simmetrie - a partire da esperienze fisiche (movimenti rigidi). Composizioni di isometrie. Figure piane direttamente o inversamente congruenti. Similitudini piane, in particolare omotetie, a partire da ingrandimenti e rimpicciolimenti. Riduzioni in scala. Osservazione di altre trasformazioni geometriche: ombre prodotte da raggi solari o da altre sorgenti luminose, rappresentazioni prospettiche (fotografie, pittura ecc.), immagini deformate, ecc.

[12] In corsivo sono indicati i temi che si riferiscono alla 'Geometria'.

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. n. 59/2004) - 'Geometria'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe Ripresa complessiva della geometria piana e solida della scuola primaria. Figure piane; proprietà caratteristiche di triangoli e quadrilateri, poligoni regolari. Somma degli angoli di un triangolo e di un poligono. Equiscomponibilità di semplici figure poligonali. Teorema di Pitagora. Nozione intuitiva di trasformazione geometrica: traslazione, rotazione e simmetria. Rapporto tra grandezze. Qmotetie, similitudini. Introduzione al concetto di sistema di riferimento: le coordinate cartesiane, il piano cartesiano.	*Prima e seconda classe* Conoscere proprietà di figure piane e solide e classificare le figure sulla base di diversi criteri. Riconoscere figure uguali e descrivere le isometrie necessarie per portarle a coincidere. Costruire figure isometriche con proprietà assegnate. Utilizzare le trasformazioni per osservare, classificare ed argomentare proprietà delle figure. Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure ricorrendo a modelli materiali e a semplici deduzioni e ad opportuni strumenti di rappresentazione (riga, squadra, compasso e, eventualmente, software di geometria). Riconoscere grandezze proporzionali in vari contesti; riprodurre in scala. Calcolare aree e perimetri di figure piane. Riconoscere figure simili in vari contesti. Costruire figure simili dato il rapporto di similitudine. Rappresentare sul piano cartesiano punti, segmenti, figure.
Terza classe Lunghezza della circonferenza e area del cerchio. Significato di π e cenni storici ad esso relativi. Ripresa dei solidi, calcolo dei volumi dei principali solidi e calcolo delle aree delle loro superfici (cubo, parallelepipedo, piramide, cono, cilindro, sfera).	*Terza classe* Calcolare lunghezze di circonferenze e aree di cerchi. Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e viceversa, rappresentare su un piano una figura solida. Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure ricorrendo a modelli materiali e a semplici deduzioni e ad opportuni strumenti di rappresentazione (riga, squadra, compasso e, eventualmente, software di geometria). Calcolare i volumi e le aree delle superfici delle principali figure solide.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Lo spazio e le figure'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe Figure piane e solide. Rappresentazione piana di figure solide. Rapporto tra grandezze. Somma degli angoli di un triangolo e di un poligono. Teorema di Pitagora. Alcuni numeri irrazionali ($\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$). Traslazioni, rotazioni, sim-metrie. Omotetie, similitudini	*Prima e seconda classe* Conoscere le proprietà delle figure piane e solide. Usare il metodo delle coordinate in situazioni problematiche concrete. Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure piane anche ricorrendo a modelli materiali e a opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria dinamica, …). Riconoscere figure uguali e descrivere le isometrie necessarie per portarle a coincidere. Riconoscere grandezze proporzionali e figure simili in vari contesti. Riprodurre in scala. Calcolare perimetri, aree e volumi delle principali figure.
Terza classe Figure solide. Rappresentazione piana di figure solide. Lunghezza della circonferenza e area del cerchio, il numero π. Aree e volumi dei principali solidi.	*Terza classe* Visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa. Risolvere problemi usando proprietà geometriche delle figure piane anche ricorrendo a modelli materiali e a opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, software di geometria dinamica, …). Calcolare aree e volumi delle principali figure solide. Calcolare lunghezze di circonferenze e aree di cerchi.
Aspetti storici connessi: la misura del raggio della Terra col metodo di Eratostene; diversi valori di π nella geometria antica.	
Nota - Si limiterà la memorizzazione di formule abituando i ragazzi a ricavare formule inverse.	

‘LA MISURA’ NELLA SCUOLA PRIMARIA[13]

Annalisa Fabbri, Rossella Garuti***

**Docente - Direzione Didattica ‘Govoni’, Ferrara*
***Ricercatrice - IRRE Emilia-Romagna*

Dalle Raccomandazioni per la scuola primaria emerge che il nucleo de ‘La misura’ è fondamentale per la matematica intesa come strumento per le altre discipline, permettendo “…*di trasformare valutazioni qualitative…in valutazioni quantitative… con caratteristiche di oggettività e trasferibilità*”. ‘La misura’ mette quindi in evidenza gli aspetti di applicabilità pratica della matematica ed inoltre costituisce una sorta di ‘metalinguaggio’ matematico perché attraverso ‘La misura’ un ramo della matematica, l’aritmetica, descrive e rappresenta un altro ramo, la geometria.

In questa ottica di importanza a sé stante de ‘La misura’, non più solo parte della ‘Geometria’, va letta anche la separazione dei due ‘nuclei’; ma nelle Indicazioni Nazionali vengono in parte disattese le Raccomandazioni stesse perché ci si sofferma quasi esclusivamente sulla misurazione di oggetti geometrici e quindi ‘La misura’ rimane autoreferenziale non assolvendo al compito di strumento per gli altri nuclei. Una spiegazione di questa ambiguità può essere data dal fatto che ‘La misura’ è nei Curricoli UMI, un nucleo di processo trasversale ai nuclei di contenuto e se, come sembra, le Indicazioni derivano in parte, dai Curricoli UMI, in questo caso si è trattato di una ‘traslazione’ non completa. In altre parole la scelta di definire un nucleo di processo chiamato ‘La misura’ rappresenta una scelta coraggiosa dei Curricoli UMI, perchè indica la possibilità di osservare, misurare, trovare regolarità ecc. e di accogliere l’idea di ‘matematica del cambiamento’ che sta trovando ampio spazio nella ricerca didattica internazionale (per esempio, una delle idee chiave per la matematica nell’indagine OCSE-PISA è quella denominata ‘cambiamento e relazioni’). Nelle Indicazioni Nazionali tale scelta è stata fatta per metà, nel senso che i nuclei ‘Geometria’ e ‘La misura’ sono sì separati, ma le attività di misura si esplicano quasi esclusivamente in campo geometrico. Ad esempio nelle Indicazioni, pur essendo ‘La misura’ un nucleo a parte, non compaiono le misure di tempo e di valore (nella scuola primaria però leggere correttamente l’orologio e l’uso del denaro sono passaggi fondamentali non solo per la matematica ma anche per lo sviluppo dell’autonomia del bambino); le misure di tempo

[13] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.P.R. 104/1985 - Programmi didattici per la scuola primaria; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); Raccomandazioni per l’attuazione delle Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella scuola primaria (2004); “Matematica 2001: la matematica per il cittadino”, prodotto da UMI.

Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

e di valore invece si ritrovano sia nei programmi UMI, sia nei programmi del 1985 (pur essendo in questo caso 'La misura' parte del nucleo 'Geometria').

Sia le Indicazioni del 2004 sia i programmi UMI presentano infatti il pregio di separare 'La misura' dalla 'Geometria' dando spazio anche alla matematica come strumento per altre discipline, mentre nei programmi del 1985 erano l'una parte integrante dell'altra con il paradosso di avere come parte della 'Geometria' le misure di valore.

Le Indicazioni spesso risultano poco chiare perché introducono dei contenuti, sia in 'conoscenze' che in 'abilità', ma in modo non organico, generando confusione. Ad esempio: 'Sistema di misura', in 'conoscenze', come si deve intendere -essendo al singolare come 'Sistema internazionale dei pesi e delle misure'? Questa introduzione poco organica (si parla di *misure di tempo*, ma è solo un accenno; in 'Geometria' si trova un generico *identificare angoli*, ma non si parla di *misurare angoli*) porta a chiedersi se sia meglio non introdurre quanto non citato (ad esempio *misurare angoli*); però poi il problema diventa: quali dei contenuti non citati in modo esplicito è meglio introdurre?

Possiamo anche notare qualche incoerenza nelle Indicazioni Nazionali: ad esempio nel primo biennio si dice "*esprimere misure utilizzando multipli e sottomultipli di unità di misura*" ma di multipli e sottomultipli (di numeri) si parla solo nel secondo biennio. Se presa alla lettera c'è il rischio che gli alunni vedano il metro come unità completamente separata, ad esempio, dal centimetro (in passato si introducevano le misure convenzionali in classe terza contestualmente alle frazioni e ai numeri decimali finiti, dando un maggior significato anche a questi ultimi perché, da esperienze dirette di misurazione, ne scaturiva naturalmente la necessità). Il percorso migliore a questo proposito appare quello proposto dai programmi UMI, che prevedono l'utilizzo di unità di misura arbitrarie nel primo biennio e l'introduzione delle unità di misura convenzionali nel secondo biennio.

Nelle Indicazioni in classe prima non è chiara l'abilità "*Effettuare misure per conteggio…con oggetti e strumenti elementari*". Sarebbe stato meglio separare le due abilità in essa contenute (misura di grandezze discrete e misura di grandezze continue) come avviene nei programmi UMI.

Nelle Indicazioni si fa inoltre uso di termini diversi da quelli normalmente utilizzati dagli insegnanti, ad esempio *unità di misura non convenzionali,* al posto, forse, di unità di misura arbitrarie.

Un aspetto che dovrebbe essere trattato con maggiore attenzione è la matematizzazione della realtà perché le attività sottostanti alle abilità del nucleo 'La misura' rischiano di essere meri esercizi stereotipati e ripetitivi.

Per quanto riguarda gli elementi di continuità con la scuola secondaria di primo grado possiamo osservare che il nucleo 'La misura', in classe terza, viene riunito a 'Geometria' e che, nella proposta per il primo biennio della scuola secondaria di secondo grado, i riferimenti sono esclusivamente di tipo geometrico. Quindi la separazione dei nuclei appare virtuale e strumentale più che sostanziale.

Nelle Indicazioni, le conoscenze e abilità dichiarate non rispondono sempre alla necessità, espressa nelle Raccomandazioni, di procedere in matematica secondo un percorso a spirale di continuo richiamo a quanto sviluppato in precedenza; infatti alcune vengono riprese solo in classe terza della scuola secondaria di primo grado ed altre vengono date per scontate

Nel PECUP si fa riferimento ad abilità specifiche del nucleo, “La misura” come ad esempio:

- misurare lunghezze;
- determinare in casi semplici perimetri, aree e volumi delle figure geometriche conosciute;
- comprendere la ‘convenienza’ ad utilizzare unità di misura convenzionali e familiarizzare con il sistema metrico decimale;
- risolvere semplici problemi di calcolo con le misure (scelta delle grandezze da misurare, unità di misura, strategie operative);
- comprendere che le misure sono delle modellizzazioni approssimate e intuire come la scelta dell’unità di misura e dello strumento usato influiscano sulla precisione della misura stessa;
- ipotizzare quale unità di misura sia più adatta per misurare realtà diverse.

L’acquisizione di parte di queste abilità del nucleo ‘La misura’ viene prolungata nella scuola secondaria di primo grado nel nucleo ‘Geometria’ (non è ben chiaro il perché di questo diverso inserimento).

D.P.R. n. 104/1985 - 'La misura'[14]

Scuola primaria
Obiettivi
Primo e secondo anno Confrontare e misurare lunghezze, estensioni, capacità, durate temporali, usando opportune unità, arbitrarie o convenzionali, e loro successive divisioni.
Terzo, quarto e quinto anno Misurare e calcolare il perimetro e l'area delle principali figure piane, avendo consapevolezza della diversità concettuale esistente tra le due nozioni. Trovare il volume di oggetti anche irregolari con strategie e unità di misura diverse, avendo consapevolezza della diversità concettuale esistente tra la nozione di volume e quella di area della superficie di una figura solida. Conoscere le principali unità internazionali e pratiche per la misura di lunghezze, aree, volumi/capacità, pesi; saperle usare correttamente per effettuare stime e misure. Scegliere, costruire e utilizzare strumenti adeguati per effettuare le misurazioni. Passare da una misura espressa in una data unità ad un'altra ad essa equivalente, limitatamente ai casi più comuni e con aderenza al linguaggio corrente anche in riferimento al sistema monetario. Effettuare misure: di ampiezze angolari (in gradi), di durate (in ore, minuti primi e secondi); operare con tali unità in casi problematici reali.

[14] Era unito a 'Geometria'; qui sono indicate le parti riferibili a 'La misura'.

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. n. 59/2004) - ‘La misura’

Scuola primaria	
Conoscenze	***Abilità***
Classe prima Riconoscimento di attributi di oggetti (grandezze) misurabili (lunghezza, superficie, ecc.). Confronto diretto e indiretto di grandezze.	*Classe prima* Osservare oggetti e fenomeni, individuare grandezze misurabili. Compiere confronti diretti di grandezze. Effettuare misure per conteggio (per esempio di passi, monete, quadretti,ecc.), con oggetti e strumenti elementari (ad esempio la bottiglia, la tazza, ecc.).
Primo biennio Lessico delle unità di misura più convenzionali. Sistema di misura. Convenzionalità della misura.	*Primo biennio* Associare alle grandezze corrispondenti le unità di misura già note dal contesto extrascolastico Effettuare misure dirette ed indirette di grandezze (lunghezze, tempi, …) ed esprimerle secondo unità di misure convenzionali e non convenzionali. Esprimere misure utilizzando multipli e sottomultipli delle unità di misura. Risolvere semplici problemi di calcolo con le misure (scelta delle grandezze da misurare, unità di misura, strategie operative).
Secondo biennio Identificare vari e diversi attributi misurabili dioggetti ed associarvi processi di misurazione, sistemi ed unità di misura.	*Secondo biennio* Misurare lunghezze. Determinare in casi semplici perimetri, aree e volumi delle figure geometriche conosciute. Comprendere la ‘convenienza’ ad utilizzare unità di misura convenzionali e familiarizzare con il sistema metrico decimale. In contesti significativi attuare semplici conversioni (equivalenze) tra un’unità di misura e un’altra (tra cm e metri, tra grammi e kg …) Comprendere che le misure sono delle modellizzazioni approssimate e intuire come la scelta dell’unità di misura e dello strumento usato influiscano sulla precisione della misura stessa. Ipotizzare quale unità di misura sia più adatta per misurare realtà diverse (la distanza Roma -New York, la circonferenza di un anello, la superficie di un campo da calcio, ecc.).

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Misurare'

Scuola primaria
Abilità
Classe prima Osservare oggetti e fenomeni individuando in essi alcune grandezze misurabili; compiere confronti diretti e indiretti in relazione alle grandezze individuate; ordinare grandezze. Effettuare misure per conteggio di grandezze discrete (ad es: conteggio di elementi di classificazioni prodotte, valori monetari, …).
Primo biennio Effettuare misure di grandezze continue con oggetti e strumenti (ad es: una tazza, un bastoncino, il metro, la bilancia, l'orologio, …). Esprimere le misure effettuate utilizzando le unità di misura scelte e rappresentarle adeguatamente.
Secondo biennio Analizzare oggetti e fenomeni individuando in essi grandezze misurabili. Effettuare misure dirette e indirette di grandezze ed esprimerle secondo unità di misura convenzionali. Passare da una misura espressa in una data unità ad un'altra espressa in un suo multiplo o sottomultiplo; riconoscere e usare espressioni equivalenti delle misure di una stessa grandezza. Stimare misure in semplici casi, anche attraverso strategie di calcolo mentale e di calcolo approssimato. Rappresentare graficamente misure di grandezze Risolvere problemi di calcolo con le misure (scelta delle grandezze da misurare, unità di misura, strategie operative) Mettere in relazione misure di due grandezze (ad es. statura e lunghezza dei piedi).
Nota - Si eviterà di fare apprendere le relazioni tra le unità campione nei sistemi di misura utilizzati in modo meccanico e ripetitivo, sganciato da processi operativi concreti in contesti significativi.

‘LA MISURA’ NELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO[15]

Anna Cristina Canella(stesura iniziale), Anna Marantonio (revisione)***

**Docente - Scuola Media ‘Tasso-Boiardo’, Ferrara*
***Docente - ITAS ‘Serpieri, Bologna*

Nei programmi del ’79 non c’è un riferimento specifico al problema della misura ma solo alcuni cenni all’interno dei temi: ‘*La geometria prima rappresentazione del mondo fisico’* e ‘*Insiemi numerici*’ e questo costituisce senz’altro una lacuna se si considera che questo nucleo presenta una valenza sia intradisciplinare (relazioni con ‘Geometria’, numeri, statistica) sia interdisciplinare (scienze naturali, fisica, chimica, scienze sociali, arte…).

Nelle Indicazioni Nazionali ‘La misura’ è un nucleo a se stante nei primi due anni, mentre è inglobato in ‘Geometria e misura’ nel terzo anno, invece nei Curricoli UMI ‘La misura’ è un nucleo di processo che si articola lungo tutto il percorso scolastico.

Si può osservare che nelle Indicazioni Nazionali il nucleo ‘La misura’, inteso prevalentemente come un ‘saper fare’, viene affidato quasi completamente alla scuola primaria. La pratica didattica evidenzia invece che tra le difficoltà più evidenti negli alunni, all’entrata nella scuola secondaria di primo grado, vi sono l’identificazione dell’unità di misura più adatta ai diversi contesti e l’individuazione di relazioni tra l’unità di misura scelta e la misura effettuata (vedi anche risultati delle prove INValSI); diventa quindi indispensabile, anche a questo livello scolare, ripercorrere le fasi operative che conducono al concetto di misura e alla sua operatività.

Sarebbe stato quindi più realistico non limitare a due conoscenze e poche abilità, tra l’altro indicate solo per il biennio, il contributo della scuola secondaria di primo grado allo sviluppo del nucleo ‘La misura’ ed esplicitare che tutte le abilità e conoscenze elencate per la scuola primaria sono proprie anche del ciclo successivo.

Il nucleo ‘La misura’ è proposto, per la scuola media, in modo più articolato dall’UMI, che ne richiama i diversi aspetti, strumentale (affidabilità dello strumento di misura), operativo (incertezza strumentale o di calcolo: approssimazioni, stima) e teorico (costruzione del significato di misura).

Le abilità esplicitate nelle Indicazioni del 2004 sono la copia o la sintesi di quanto contenuto nel documento dell’UMI sotto la voce: ‘abilità’; ma quando si legge: “*valutare la significatività delle cifre del risultato di una data misura*” (Indicazioni) in sostituzione di

---

[15] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.M. 9 febbraio 1979 - Programmi per la scuola media; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); “Matematica 2001: la matematica per il cittadino”, prodotto da UMI. Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

"*esprimere e interpretare i risultati di misure, con particolare riferimento agli ordini di grandezza, alla significatività delle cifre, agli errori*" (UMI) si ha una sensazione di frammentarietà, di banalizzazione e non di semplificazione, come forse era nelle intenzioni.

Un'osservazione che si può fare è che, come per la scuola primaria, il nucleo 'La misura' pare molto, troppo collegato a 'Geometria' con una scelta ambigua, perchè di ben altro si tratta rispetto al misurare lunghezze, superfici e volumi di figure geometriche. Un'effettiva comprensione del significato di misura è perseguibile solo attraverso una ricca base sperimentale all'interno di contesti esperienziali e problematici significativi. Le competenze coinvolte nell'affrontare il nucleo hanno una valenza trasversale e possono costituire un ponte fra le scienze sperimentali e la matematica come auspicato già nei programmi del '79. La scelta effettuata nelle Indicazioni Nazionali rispetto a questo nucleo rimane ambigua e rappresenta un'occasione persa per lo sviluppo di questo collegamento interdisciplinare.

D.M. 9/2/1979[16]

Scuola secondaria di primo grado
Contenuti
La geometria prima rappresentazione del mondo fisico: lunghezze, aree, volumi, angoli e loro misura. *Insiemi numerici:* esercizi di calcolo, esatto e approssimato.

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. n. 59/2004) - 'La misura'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe Le grandezze geometriche. Il sistema internazionale di misura.	*Prima e seconda classe* Esprimere le misure in unità di misura nel sistema internazionale, utilizzando le potenze del 10 e le cifre significative. Effettuare e stimare misure in modo diretto e indiretto. Valutare la significatività delle cifre del risultato di una data misura.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Misurare'

Scuola secondaria di primo grado
Abilità
Prima e seconda classe Analizzare oggetti e fenomeni, scegliendo le grandezze da misurare e gli strumenti di misura, anche tecnologici. Esprimere le misure in unità di misura del Sistema Internazionale, utilizzando anche le potenze del 10 e le cifre significative. Effettuare e stimare misure in modo diretto e indiretto. Leggere e scrivere misure in notazione scientifica.
Terza classe Esprimere e interpretare i risultati di misure, con particolare riferimento agli ordini di grandezza, alla significatività delle cifre, agli errori. Rappresentare graficamente misure di grandezze per individuare regolarità, andamenti, relazioni. Risolvere situazioni problematiche a partire da dati di misure con la costruzione di semplici modelli.

[16] In corsivo sono indicati i temi che si riferiscono a 'La misura'.

'INTRODUZIONE AL PENSIERO RAZIONALE' NELLA SCUOLA PRIMARIA[17]

Anna Maria Mamini, Giorgio Nardini**, Manuela Scarpellini****

**Docente - I.C. 'Europa', Faenza (Ra)*
***Docente - ITAER 'Baracca' - Forlì*
****Docente - S.M. Viale della Resistenza - Cesena (FC)*

Va premesso che il confronto con i programmi precedenti non è immediato, in quanto questo tema appare nelle Indicazioni Nazionali per la prima volta come tema specifico e nelle proposte UMI è indicato come nucleo trasversale. È stata quindi necessaria una ricerca, in tutti i documenti passati e presenti, dei riferimenti legati all'Introduzione del pensiero razionale.

Nel confronto fra i programmi del 1985 e la riforma degli ordinamenti del 2004 si passa da una scuola che ha come priorità la stesura di una programmazione preconfezionata dall'insegnante che delinea procedure e percorsi dell'insegnamento, ad una visione della scuola come ambiente che accoglie l'alunno nella propria interezza e lo pone al centro dell'azione educativa.

Appare forte il passaggio dalla sottolineatura della "… *capacità di percepire i problemi e di dare spiegazioni rigorose alle soluzioni…*", come espresso dal D.P.R. 104/85, alla concezione di uno sviluppo di abilità in grado di giustificare con argomenti razionali affermazioni riguardanti le procedure risolutive adottate.

Infatti, come recitano le Raccomandazioni, "*L'abitudine in tal modo indotta dalle attività svolte nell'ambito della matematica, avrà l'effetto di produrre negli alunni un abito mentale che renderà loro più spontaneo e naturale il rendere ragione di ogni affermazione,conclusione, decisione, in ogni campo di attività, anche ben al di fuori della matematica. Nella risoluzione del problema è opportuno che gli alunni prendano coscienza del proprio ragionamento, spesso guidato dall'intuizione o dall'analogia, e che imparino a motivarlo e a criticarlo, magari rappresentandolo con varie modalità, poiché la rappresentazione può essere un primo passaggio all'astrazione*".

Un insegnamento efficace in questo senso, dovrebbe partire dall'esperienza e condurre l'allievo ad un'organizzazione logica del pensiero, dando forma e facendo acquisire consapevolezza di quanto personalmente sviluppato nel processo di comprensione della realtà.

---

[17] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.P.R. 104/1985 - Programmi didattici per la scuola primaria; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella scuola primaria (2004); "Matematica 2001: la matematica per il cittadino", prodotto da UMI.

Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

D'altra parte il lavoro scolastico e l'azione dei docenti nei vari ambiti disciplinari, possono favorire il progressivo orientamento, il passaggio dalla razionalità spontanea, al pensiero ragionato consapevolmente applicato.

Varie azioni che caratterizzano il muoversi della ragione in ogni ambito della realtà, accompagnano, infatti, lo sviluppo del pensiero razionale e sono alla radice delle azioni specifiche che si attuano nella attività matematica: osservare, descrivere, congetturare, definire, ragionare, immaginare, simbolizzare, progettare, verificare, ecc.

Nelle Raccomandazioni emerge una forte sottolineatura del compito specifico dell'insegnamento della matematica nel costruire le competenze necessarie per comprendere, interpretare e usare le conoscenze scientifiche e tecnologiche, in quanto fornisce un contributo specifico per la formazione della struttura del pensiero razionale e critico. Quindi si supera la visione che concepisce la matematica come contributo alle altre Scienze, in quanto tutte concorrono a sviluppare la capacità di percepire i problemi e di dare spiegazioni rigorose alle soluzioni.

È vero che ciascuno di noi ragiona per sua natura, ognuno sa mettere in atto inferenze che riconosce come errate o corrette alla luce dell'esperienza, ma prendere coscienza del proprio ragionamento, riflettere sul proprio pensiero per orientarlo ed organizzarlo non è spontaneo o sempre facile. Insegnare a ragionare significa allora coltivare e approfondire la capacità di ragionamento, innato in tutti, aiutando a sviluppare la consapevolezza delle proprie inferenze in ciò la matematica fornisce strumenti adeguati a sviluppare abilità e conoscenze specifiche.

Già dal D.P.R. 104/85 emerge la necessità, per la scuola primaria, di avviare un insegnamento/apprendimento della matematica partendo dall'esperienza posseduta dagli allievi e da situazioni concrete. Anche nelle Raccomandazioni si rafforza l'idea dell'allievo al centro dell'apprendimento specificando che è solo attraverso un percorso di interiorizzazione del proprio vissuto che si giunge all'astrazione. Ed è in un lungo e progressivo cammino di crescita intellettiva e culturale che lo studente, nel compiere azioni, sviluppa via via sempre più consapevolezza di sé.

Comincia, infatti, fin dal primo anno della scuola primaria ad imparare ad osservare la realtà non più in modo generico o passivo, ma precisando uno scopo che determina il punto di vista con cui dare senso ai particolari in una visione complessiva di significato. Osserva non per accumulare dati o informazioni, bensì selezionando quelle informazioni che interessano (rilevare, distinguere, confrontare, classificare…)

Attraverso il racconto della propria esperienza, inizialmente anche attraverso un linguaggio generico, l'alunno prende coscienza di sé come osservatore. La descrizione non è qualcosa di neutro, un ripetere passivo, ma diventa un'interpretazione della realtà. Dalla specificazione del campo di interesse segue la selezione di quei dati che forniranno elementi per una descrizione adeguata allo scopo, e la scelta di strumenti matematici adeguati.

Nei programmi del 1985 è indicato come compito specifico dell'insegnante di matematica curare continuamente l'educazione logica per far giungere l'alunno alla conquista della precisione e della completezza del linguaggio. Le Raccomandazioni mettono maggiormente in luce come il linguaggio logico sarà acquisito in modo spontaneo, e consolidato attraverso i campi dell'esperienza, sviluppando tutte le categorie mentali che sono in gioco.

Nel processo di interiorizzazione dell'alunno la descrizione dell'esperienza si arricchisce di nuovi simboli e nuove forme, attraverso le quali si dà espressione all'insieme delle proprie conoscenze, al proprio pensiero. In questo senso i linguaggi non sono un'imposizione formale o un addestramento.

D.P.R. 104/1985[18]

Scuola primaria
Dalla premessa generale ai programmi La scuola elementare valorizza nella programmazione educativa e didattica le risorse culturali, ambientali e strumentali … educa il fanciullo a cogliere il valore dei processi innovativi come fattori di progresso della storia. Spetta ai docenti effettuare con ragionevoli previsioni la programmazione didattica. La programmazione didattica delineerà i percorsi e le procedure più idonee per lo svolgimento dell'insegnamento. Per la prima volta il programma prevede uno spazio riservato all'insegnamento delle scienze che consentirà una più approfondita comprensione della realtà. ... Questa disciplina, insieme alla matematica tende a sviluppare la capacità di percepire i problemi e a dare spiegazioni rigorose alle soluzioni. *Dai programmi di matematica* L'educazione matematica contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi vari aspetti. … Il pensiero matematico è caratterizzato dall'attività di risoluzione di problemi … in sintonia con le propensioni del fanciullo a porre domande e a cercare risposte.

[18] Il tema non compare in maniera specifica, ma è richiamato in diversi punti.

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. 59/2004) - ‘Introduzione al pensiero razionale’[19]

Scuola primaria	
Conoscenze	***Abilità***
Classe prima Classificazione e confronto di oggetti diversi fra loro.	*Classe prima* In situazioni concrete classificare oggetti fisici simbolici (figure, numeri,…) in base ad una data proprietà.
Primo biennio Linguaggio: le terminologie relative a numeri, figure e relazioni. Analisi di analogie e differenze in contesti diversi.	*Primo biennio* Raccontare con parole appropriate (amcorchè non specifiche) le esperienze fatte in diversi contesti, i percorsi di soluzione, le riflessioni e le conclusioni. Acquisire la consapevolezza della diversità di significato tra termini usati nel linguaggio comune e quelli del linguaggio specifico. In contesti vari individuare, descrivere e costruire relazioni significative, riconoscere analogie e differenze.
Secondo biennio Lessico ed espressioni matematiche relative a numeri, figure, dati, relazioni, simboli, ecc. Relazioni tra oggetti (classificare oggetti, figure, numeri in base ad una/due o più proprietà date e viceversa, ordinare elementi in base ad una determinata caratteristica, riconoscere ordinamenti assegnati) e le loro rappresentazioni.	*Secondo biennio* Utilizzare in modo consapevole i termini della matematica fin qui introdotti. Verificare, attraverso esempi, una congettura formulata. Classificare oggetti, figure, numeri realizzando adeguate rappresentazioni. In contesti diversi individuare, descrivere e costruire relazioni significative: analogie, differenze, regolarità. Verificare, attraverso esempi, un’ipotesi formulata. Partendo dall’analisi del testo di un problema, individuare le informazioni necessarie per raggiungere un obiettivo, organizzare un percorso di soluzione e realizzarlo. Riflettere sul procedimento risolutivo seguito e confrontarlo con altre possibili soluzioni.

[19] “Da coordinare in maniera particolare con tutte le altre discipline, nelle attività educative e didattiche promosse”.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Argomentare e congetturare'

Scuola primaria
Abilità
Classe prima Individuare e descrivere regolarità in semplici contesti concreti.
Primo biennio Produrre semplici congetture Verificare le congetture prodotte testandole su casi particolari Individuare e descrivere regolarità in contesti matematici e non, tratti dalla propria esperienza o proposti per l'osservazione.
Secondo biennio Produrre congetture; valicarle, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo ad eventuali controesempi. Descrivere oggetti matematici anche in modo carente o sovrabbondante, con riferimento alle caratteristiche ed alle proprietà osservate. Giustificare le proprie idee durante una discussione matematica con semplici argomentazioni.

‘INTRODUZIONE AL PENSIERO RAZIONALE’ NELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO[20]

Anna Maria Mamini, Giorgio Nardini**, Manuela Scarpellini****

**Docente - I.C. ‘Europa’, Faenza (Ra)*
***Docente - ITAER ‘Baracca’ - Forlì*
****Docente - S.M. Viale della Resistenza - Cesena (FC)*

Nel passaggio alla secondaria di primo grado, l’uso del linguaggio simbolico e grafico diventa caratteristica intrinseca del procedimento matematico e contemporaneamente contenuto della matematica. Il nucleo ‘Introduzione al pensiero razionale’ contiene al suo interno non solo questo aspetto della matematica, ma anche tutto quello che è collegato all’approccio alla matematica come sapere organizzato teoricamente e pertanto gli aspetti legati alle competenze linguistiche sono determinanti.

Nelle Indicazioni Nazionali e in particolare nelle Raccomandazioni per la scuola primaria emerge come il passaggio dalla primaria alla secondaria di primo grado metta in crisi *l’isomorfismo ingenuo* che fa corrispondere qualunque rappresentazione alla realtà. Conoscere in maniera ‘secondaria’ vuol dire allora adoperare costrutti, metodi esplicativi che si fondano su un uso appropriato dell’analogia.

Risalta così il ruolo di importanza decisiva della matematica nel processo di sviluppo del pensiero astratto e di generalizzazione di proprietà di oggetti e/o fenomeni della realtà, attraverso leggi e relazioni.

Nei programmi del ’79 per la scuola media non compare esplicitamente questo tema, ma va ricercato all’interno degli obiettivi, tra i quali “*sollecitare ad esprimersi e comunicare in un linguaggio che diventi sempre più chiaro e preciso avvalendosi di simboli, rappresentazioni grafiche ecc, che facilitino l’organizzazione del pensiero*”. Anche nei suggerimenti metodologici dei programmi del ’79 si ribadisce che “*la matematica fornisce un apporto essenziale alla formazione della competenza linguistica, attraverso la ricerca costante di chiarezza, concisione e proprietà di linguaggio,e, anche mediante un primo confronto fra il linguaggio comune e quello più formale proprio della matematica*”.

Nei Curricoli UMI il nucleo ‘Argomentare e congetturare’ è un nucleo di processo, e questo è un elemento significativo di differenza rispetto alle Indicazioni Nazionali. Il nucleo si articola lungo tutto il percorso scolastico e gli aspetti legati alle competenze linguistiche sono determinanti in continuità con i programmi del ’79, “*in tutte le attività è essenziale la mediazione del linguaggio naturale, sia parlato che scritto: essa deve sempre precedere la*

[20] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.M. 9 febbraio 1979 - Programmi per la scuola media; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); “Matematica 2001: la matematica per il cittadino”, prodotto da UMI. Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

formalizzazione e la riflessione su sistemi di notazione simbolica propri della matematica. Molta attenzione va dedicata alla verbalizzazione delle attività discorsive che gli alunni esplicano. Le funzioni del linguaggio sono essenziali per la costruzione dei significati matematici.. In tal modo l'attività discorsiva diventa argomentazione matematica e successivamente dimostrazione" (Curricoli UMI 2001). In quest'ultimo passaggio sta la sostanziale differenza con i programmi del '79, l'attenzione è rivolta all'argomentazione e alla dimostrazione in matematica.

Qual è la scelta nelle Indicazioni Nazionali? Proprio perchè il nucleo è presentato come nucleo di contenuto, la scelta risulta ambigua perchè sembra che l'attenzione sia rivolta esclusivamente al linguaggio simbolico e grafico della matematica, con i rischi di perdita di significato che questo comporta, quando invece in questa fascia di età gli aspetti semantici devono rimanere in primo piano.

Nelle Indicazioni Nazionali il nucleo ha vita autonoma fin dalla scuola primaria. Una sottolineatura importante è quella che nei primi due anni di scuola secondaria di primo grado non è indicata alcuna conoscenza specifica, ma diverse abilità che l'alunno dovrebbe conseguire: *comprendere il ruolo della definizione, produrre congetture, analizzare criticamente le proprie congetture, esporre chiaramente un procedimento risolutivo,* solo per citarne alcune.

Tale scelta sarebbe significativa se fosse esplicitata: poiché non sono previste conoscenze specifiche, allora il nucleo sembra caratterizzarsi come abilità trasversali ai contenuti. Ma sarà chiaro per la maggioranza dei docenti, saranno in grado di cogliere la differenza?

L'avvio alla dimostrazione è più esplicito nella classe terza in cui fra le abilità da conseguire è indicato l'uso di: *induzione, generalizzazione, deduzione, funzione di esempi e controesempi.*

Questo è in linea con la proposta UMI in cui 'Argomentare e congetturare' è un nucleo di processo che deve avviare all'attività dimostrativa da sviluppare nella scuola secondaria di secondo grado. In tutta la scuola primaria e secondaria di primo grado, quindi, andrebbero sviluppate attività che favoriscano il passaggio dalle nozioni intuitive e dai livelli operativi a forme di pensiero più avanzate in un processo di continua evoluzione sia della padronanza lessicale che della costruzione della razionalità e della capacità argomentativa dello studente.

Un ruolo importante, sul piano metodologico, può assumere la '*discussione matematica in classe*', sulla quale negli ultimi anni la ricerca in didattica della matematica ha posto grande attenzione e che è esplicitamente indicata nella proposta UMI.

Dal PECUP "*…adopera il linguaggio e i simboli della matematica per indagare con metodo cause di fenomeni problematici in contesti vari, per spiegarli, rappresentarli ed elaborare progetti di risoluzione…"* questa risulta essere una competenza da acquisire alla fine del primo ciclo di istruzione ed è strettamente collegata a questo nucleo.

In sostanza si ha la netta sensazione che chi ha scritto le Indicazioni Nazionali abbia tenuto in considerazione quanto proposto dall'UMI, al fine di consolidare un processo che, almeno per gli insegnanti più attenti, si è avviato negli ultimi anni, ma non sia stato sufficientemente esplicito nella scelta.

D.M. 9/2/1979[21]

Scuola secondaria di primo grado
All'interno del tema: 'Matematica del certo e del probabile' Affermazioni del tipo vero/falso e affermazioni di tipo probabilistico. Uso corretto dei connettivi logici (e, o, non): loro interpretazione come operazioni su insiemi e applicazioni a circuiti elettrici. *Dagli obiettivi generali* Condurre gradualmente a verificare la validità delle intuizioni e delle congetture con ragionamenti via via più organizzati. Sollecitare ad esprimersi e comunicare in un linguaggio che, pur conservando piena spontaneità, diventi sempre più chiaro e preciso avvalendosi anche di simboli, rappresentazioni grafiche, ecc., che facilitino l'organizzazione del pensiero.

Indicazioni Nazionali (D.Lgs. 59/2004) - 'Introduzione al pensiero razionale[22]

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe	*Prima e seconda classe* Passare dal linguaggio comune al linguaggio specifico, comprendendo e usando un lessico adeguato al contesto. Comprendere il ruolo della definizione. Individuare regolarità in contesti e fenomeni osservati. Produrre congetture relative all'interpretazione e spiegazione di osservazioni effettuate in diversi contesti. Analizzare criticamente le proprie congetture, comprendendo la necessità di verificarle in casi particolari e di argomentarle in modo adeguato. Esprimere verbalmente in modo corretto i ragionamenti e le argomentazioni. Riconoscere gli errori e la necessità di superarli positivamente. Riconoscere situazioni problematiche, individuando i dati da cui partire e l'obiettivo da conseguire. Schematizzare in modi diversi la situazione di un problema, allo scopo di elaborare in modo adeguato una possibile procedura risolutiva. Esporre chiaramente un procedimento risolutivo, evidenziando le azioni da compiere e il loro collegamento. Confrontare criticamente eventuali diversi procedimenti di soluzione.
Terza classe Intuizione della nozione di insieme e introduzione delle operazioni elementari tra essi. Dal linguaggio naturale al linguaggio formale: le proposizioni e l'introduzione dei connettivi logici *non*, *et*, *vel*.	*Terza classe* Utilizzare diversi procedimenti logici: induzione e generalizzazione, deduzione, funzione di esempi e controesempi. Giustificare in modo adeguato enunciazioni, distinguendo tra affermazioni indotte dall'osservazione, intuite ed ipotizzate, argomentate e dimostrate. Documentare i procedimenti scelti e applicati nella risoluzione di problemi. Valutare criticamente le diverse strategie risolutive di un problema.

[21] Il tema non compare in maniera specifica, ma è richiamato in diversi punti.

[22] Da coordinare in maniera particolare con tutte le altre discipline nelle attività educative e didattiche promosse.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Argomentare e congetturare'

Scuola secondaria di primo grado
Abilità
Prima e seconda classe Descrivere proprietà di figure con termini appropriati. Individuare regolarità in fenomeni osservati. Produrre congetture. Verificare le congetture testandole su casi particolari. Dare definizioni di semplici oggetti matematici (esempio: rettangolo, numeri pari).
Terza classe Validare le congetture prodotte, sia empiricamente, sia mediante argomentazioni, sia ricorrendo a eventuali controesempi. Comprendere il ruolo della definizione matematica. Giustificare affermazioni durante una discussione matematica anche con semplici ragionamenti concatenati.

'DATI E PREVISIONI' NELLA SCUOLA PRIMARIA[23]

Aurelia Orlandoni, Maria Giovanna Papoff**, Caterina Visalli****

**Ricercatrice - IRRE Emilia-Romagna*
***Docente - Istituto Comprensivo, Ozzano nell'Emilia (Bo)*
****Docente - Circolo didattico n.1, Modena*

A partire dai programmi del 1985 per la scuola elementare, sino alle proposte del 2001 dell'UMI e alle Indicazioni Nazionali del 2004, il nucleo 'Dati e previsioni' ha sempre avuto un ruolo ambivalente: se da un lato i programmi mettevano in risalto l'importanza di fornire agli studenti strumenti per raccogliere, rappresentare, analizzare e interpretare criticamente le informazioni provenienti dal mondo in cui vivono, dall'altro la prassi didattica risultava povera e inconsistente.

I documenti esaminati (Programmi dell'85, documenti UMI e Indicazioni Nazionali) sottolineano, seppur con parole diverse, che "*La scuola deve aiutare il bambino ad analizzare, ad interpretare i dati e ad utilizzarli, fornendo gli strumenti per poter leggere il mondo in cui vivono*".

Ovviamente, nelle Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali compare in modo più esplicito il riferimento alle tecnologie, che consentono il facile reperimento, l'analisi e la rappresentazione di dati tratti dalla vita quotidiana: "*La società odierna tramite una tecnologia sempre più potente e nel contempo accessibile a molti offre una gran massa di informazioni quantitative. Orientarsi in questa quantità di informazioni, comprenderne il reale significato, approfondire la conoscenza non è però facile. …È pertanto fondamentale che, sin dai primi anni, la scuola fornisca agli alunni semplici strumenti per raccogliere, rappresentare, analizzare e criticare informazioni fornite sottoforma di raccolta di dati*".

Anche per quanto riguarda la probabilità l'enfasi (forse nel timore che ne venga sottovalutata l'importanza come già successo in passato?) è maggiore nelle Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali rispetto ai programmi preesistenti. Infatti, nei programmi dell'85 si legge: "*Quanto alle prime nozioni di probabilità è importante che il fanciullo sia condotto ad accettare senza turbamento situazioni di incertezza. Si può raggiungere molto bene questo scopo mediante il gioco: molti giochi hanno carattere aleatorio o ricorrono alla sorte per l'assegnazione di particolari ruoli*" e nelle Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali: "*…un tipico aspetto della vita quotidiana è l'incertezza che è in essa inevitabilmente presente: fornire agli alunni semplici strumenti per razionalizzarla, per quanto possibile, è*

[23] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.P.R. 104/1985 - Programmi didattici per la scuola primaria; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella scuola primaria (2004); "Matematica 2001: la matematica per il cittadino", prodotto da UMI.

Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

compito ineliminabile di una educazione che voglia tener conto della indeterminazione non solo della realtà concreta ma anche delle varie scienze".

Esiste anche una divergenza fra i programmi dell'85 da un lato e le proposte UMI e le Indicazioni Nazionali dall'altro, anche se forse sarebbe meglio dire che le maggiori puntualizzazioni e le esperienze di questi anni hanno portato ad una scansione temporale diversa. Infatti, nei programmi dell'85 il nucleo è 'Probabilità, statistica, informatica' e vengono consigliate tutte e tre le attività sin dal primo anno della scuola elementare, mentre sia le proposte UMI che le Raccomandazioni per l'attuazione delle Indicazioni Nazionali concordano e sottolineano che: "*Nel primo biennio, i fanciulli potranno organizzare i dati di semplici indagini organizzando libere rappresentazioni iconiche …passando … quindi a semplici tabelle di frequenza. … Successivamente si potrà passare ad indagini più complesse. …I concetti probabilistici …sono piuttosto difficili da introdurre nella scuola… si dovrà evitare di trattarli in modo astratti. …Per queste ragioni ci sembra opportuno non introdurre espliciti concetti probabilistici nel primo biennio. …Nel secondo biennio si potranno porre all'atten-zione semplici situazioni incerte".*

Questo è confermato dal confronto fra gli Obiettivi dei programmi dell'85 e le Conoscenze e Abilità delle Indicazioni Nazionali, dove un primo accenno a contenuti legati alla probabilità compare nel primo biennio (Abilità: *Riconoscere, in base alla informazioni in proprio possesso, se una situazione è certa o incerta*) e, solo alla fine del secondo biennio si parla di simmetria ed equiprobabilità.

Ancora più esplicitamente nelle proposte UMI si trova: "*Il curricolo proposto si sviluppa in modo graduale, introducendo dapprima il problema conoscitivo che porta alla richiesta della raccolta di dati, per giungere quindi alla loro rappresentazione in tabelle e grafici. Successivamente ai concetti statistici vengono affiancate le prime nozioni di probabilità*".

Dall'analisi delle tabelle riportate emerge che le Indicazioni Nazionali e le proposte UMI propongono uno sviluppo verticale del processo di insegnamento-apprendimento della Statistica secondo un modello 'a spirale'. Infatti, si parla di *raccolta dati* in tutto il percorso, ma con livelli di approfondimento dell'analisi diversi, sempre più precisi e puntuali, sviluppati anche attraverso l'introduzione, solo nel secondo biennio, di indicatori di sintesi: media, moda e mediana.

D.P.R. n. 104/1985 - ‘Probabilità, statistica, informatica’

Scuola primaria
Obiettivi
Primo e secondo anno In situazioni problematiche tratte dalla vita reale e dal gioco, usare in modo significativo e coerente le espressioni: forse, è possibile, è sicuro, non so, è impossibile, ecc.
Terzo, quarto e quinto anno Compiere osservazioni e rilevamenti statistici semplici. Tracciare diagrammi a barre, istogrammi, areogrammi. Calcolare medie aritmetiche e percentuali, usando, se ritenuto opportuno, calcolatrici tascabili; viceversa, interpretare rappresentazioni e calcoli fatti da altri. Confrontare in situazioni di gioco le probabilità dei vari eventi mediante l’uso di rappresentazioni opportune.

Indicazioni Nazionali (D.Lgs. n. 59/2004) - ‘Dati e previsioni’

Scuola primaria	
Conoscenze	***Abilità***
Classe prima Rappresentazioni iconiche di semplici dati, classificati per modalità.	*Classe prima* Raccogliere dati e informazioni e saperli organizzare con rappresentazioni iconiche, secondo opportune modalità (pittogrammi).
Primo biennio Elementi delle rilevazioni statistiche: popolazione (o collettivo) statistico, unità statistica, carattere, modalità qualitative e quantitative, tabelle di frequenze, rappresentazioni grafiche (diagrammi a barre, aerogrammi rettangolari…), moda. Situazioni certe o incerte. Qualificazione delle situazioni incerte.	*Primo biennio* Porsi delle domande su qualche situazione concreta (preferenze, età di un gruppo di persone, professioni, sport praticati, ecc.). Individuare a chi richiedere le informazioni per poter rispondere a tali domande. Raccogliere dati relativi ad un certo carattere. Classificare tali dati secondo adatte modalità. Rappresentare i dati in tabelle di frequenze o mediante rappresentazioni grafiche adeguate alla tipologia del carattere indagato. Individuare la moda in una serie di dati rappresentati in tabella o grafico. Riconoscere, in base alle informazioni in proprio possesso, se una situazione è certa o incerta. Qualificare, in base alle informazioni possedute, l’incertezza (è molto probabile, è poco probabile…).
Secondo biennio Analisi e confronto di raccolte di dati mediante gli indici: moda, mediana, media aritmetica, intervallo di variazione. Ricerca di informazioni desunte da statistiche ufficiali (ISTAT, Provincia, Comune, ecc.). Qualificazione e prima quantificazione delle situazioni incerte.	*Secondo biennio* Consolidare le capacità di raccolta dei dati e distinguere il carattere qualitativo da quello quantitativo. Comprendere come la rappresentazione grafica e l’elaborazione dei dati dipenda dal tipo di carattere. Comprendere la necessità o l’utilità dell’ap-prossimazione dei dati raccolti per diminuire il numero di modalità sotto osservazione. Qualificare, giustificando, situazioni incerte. Quantificare, in semplici contesti, utilizzando le informazioni possedute, in particolare l’eventuale simmetria degli esiti (equiprobabilità) e la frequenza relativa di situazioni similari.
Aspetti storici connessi alla matematica: questioni statistiche del passato (ad es. censimenti, tavole statistiche di natalità, battesimi, epidemie,…).	

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Dati e previsioni'

Scuola primaria	
Conoscenze	***Abilità***
Classe prima Il collettivo statistico e suoi elementi. Semplici rappresentazioni grafiche.	*Classe prima* Raccogliere dati su se stessi e sul mondo circostante e organizzarli in base alle loro caratteristiche. Classificare dati e oggetti. Rappresentare i dati raccolti.
Primo biennio Il collettivo statistico e suoi elementi. Semplici tabelle di frequenze. Confronti di frequenze. Caratteri qualitativi e caratteri quantitativi. Rappresentazioni grafiche: diagrammi di vario tipo.	*Primo biennio* Fare osservazioni su un insieme di dati. Identificare la modalità più frequente. Raccogliere dati mediante osservazioni e questionari. Classificare i dati. Rappresentare i dati con tabelle e grafici
Secondo biennio Caratteri qualitativi e caratteri quantitativi. Moda, mediana e media aritmetica. Evento vero, falso. Evento certo, possibile, impossibile. Valutazione di probabilità in casi elementari.	*Secondo biennio* Osservare e descrivere un grafico, usando: moda, mediana e media aritmetica. Confrontare fra loro modi diversi di rappresentare gli stessi dati. In situazioni concrete, riconoscere eventi veri e falsi. In situazioni concrete, riconoscere eventi certi, possibili, impossibili. In situazioni concrete, riconoscere eventi equiprobabili, più probabili, meno probabili.
Aspetti storici connessi - Questioni statistiche e probabilistiche nel passato (ad esempio: Le prime tavole statistiche sulla natalità e mortalità, battesimi ed epidemie, nell'Inghilterra del 1600; gli eventi incerti e le predizioni del tempo dei Greci e di popoli antichi)	

‘DATI E PREVISIONI’ NELLA SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO[24]

Aurelia Orlandoni, Maria Giovanna Papoff**, Caterina Visalli****

**Ricercatrice - IRRE Emilia-Romagna*
***Docente - Istituto Comprensivo, Ozzano nell’Emilia (Bo)*
****Docente - Circolo didattico n.1, Modena*

Confrontando i programmi del ’79 con le proposte UMI del 2001 e le Indicazioni Nazionali del 2004, risulta subito evidente che nelle ultime proposte programmatiche vi è *un maggior dettaglio riguardo i contenuti*, in quanto gli argomenti da affrontare vengono indicati in modo esplicito.

Prima della Riforma del 2003, la sinteticità delle indicazioni ha determinato una trattazione dell’argomento più o meno approfondita a seconda del libro di testo (ad esempio alcuni Autori sviluppavano l’argomento delle diverse misure di probabilità, mentre altri no). Inoltre spesso questa parte risultava giustapposta, mentre ora l’impianto del tema appare più organico, preciso e rigoroso. Le *novità* che compaiono sia nelle proposte UMI sia nelle Indicazioni Nazionali riguardano, in gran parte, il peso assegnato all’indagine statistica. Espliciti sono i riferimenti ad altri ambiti di indagine e possibilità di collegamenti interdisciplinari sia nelle Indicazioni Nazionali (*Raccolte di dati relativi a grandezze continue*..., *Ricavare informazioni da raccolte di dati e grafici di varie fonti*...) sia nelle proposte UMI (*Classificare dati ottenuti da misurazioni*...).

Finora, nei libri di testo, quasi mai venivano fornite indicazioni su come si realizza un’indagine statistica, quali sono le tappe da seguire, come si sceglie un campione. Ora invece è sottolineata l’importanza di questi aspetti e il fatto che l’elaborazione dei dati deve essere supportata anche dall’utilizzo del computer.

Sembra che a ‘Dati e previsioni’ si voglia attribuire sempre più una funzione di *strumento di analisi e interpretazione della realtà* sia per particolari indagini intraprese dalla scuola, sia per una lettura critica di dati e grafici realizzati da altre fonti.

Infine sono altrettanto chiari ed espliciti i contenuti per la probabilità: si tratta di affrontare un approccio al concetto di probabilità attraverso la valutazione di probabilità in casi semplici e la comprensione di quando e come utilizzare le diverse misure di probabilità (classica, frequentista, soggettiva), rimandando a studi successivi lo sviluppo della teoria della probabilità. Non dovrebbe quindi più verificarsi ciò che è accadu-

---

[24] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.M. 9 febbraio 1979 - Programmi per la scuola media; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); “Matematica 2001: la matematica per il cittadino”, prodotto da UMI. Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

to in passato, che alcuni libri di testo presentassero tutto lo sviluppo della teoria della probabilità in forma sintetica (e non sempre facilmente comprensibile per un alunno di quel livello scolare!).

Lo sviluppo dei concetti sia di statistica sia di probabilità è costruito in continuità con quanto indicato per la scuola primaria, in un processo *a spirale*, sia interno a questo ciclo di scuola, sia in collegamento col precedente.

Non si individuano *fasi terminali*, cioè momenti in cui un argomento è definitivamente concluso e non viene più ripreso, ma il tema è sviluppato in modo organico in un *continuum* dalla prima classe del ciclo primario fino alla terza della scuola secondaria di primo grado.

Anche per la scuola secondaria viene sottolineata l'importanza di utilizzare strumenti informatici per organizzare e rappresentare dati.

In aggiunta a questo le proposte UMI segnalano l'importanza degli aspetti storici connessi suggerendo di analizzare le prime tavole di natalità e mortalità, le predizioni ai tempi dei popoli antichi, fino ai primi giochi con i dadi del 1600.

Il tema in esame è citato nel PECUP da due punti di vista: uno più interno alla disciplina (Matematica) e uno come strumento di analisi, rappresentazione, lettura e interpretazione della realtà in generale. Quindi sono maggiormente messe in evidenza abilità legate alla Statistica piuttosto che alla Probabilità.

Come emerge anche dai commenti e dai confronti precedenti, sia nelle Indicazioni Nazionali sia nei documenti UMI, la Statistica ha molto più spazio e precede la Probabilità. Questo è in linea con un approccio alla matematica di tipo induttivo, che non trascura gli aspetti deduttivi, ma li rimanda a momenti di riflessione successivi. Infatti, ad esempio, nei programmi della secondaria si sottolineano gli aspetti legati all'indagine statistica, che presuppone però conoscenze di probabilità (campionamento).

Probabilmente, sia per i contenuti, sia per il cambiamento di ottica, questo tema può creare più problemi ai docenti che quasi mai hanno avuto una preparazione specifica in questo ambito. Già nel gruppo si sono evidenziate alcune difficoltà lessicali che ci hanno portato ad ipotizzare la costruzione di un glossario dei termini principali contenuti nelle Indicazioni.

Sarebbero dunque utili, per non dire necessarie, azioni di supporto forte sia sul piano teorico sia su quello delle proposte di attività se si vuole evitare il rischio che il tema venga trattato in modo marginale (se non addirittura trascurato) e superficiale o che l'unico riferimento diventi il libro di testo.

D.M. 9/2/1979 - 'Matematica del certo e matematica del probabile'

Scuola secondaria di primo grado
Contenuti
Rilevamenti statistici e loro rappresentazione grafica (istogrammi, aerogrammi…); frequenza; medie. Avvenimenti casuali; nozioni di probabilità e sue applicazioni.

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. n. 59/2004) - 'Dati e previsioni'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	*Abilità*
Prima e seconda classe Fasi di un'indagine statistica. Tabelle e grafici statistici. Valori medi e campo di variazione. Concetto di popolazione e di campione. Probabilità di un evento: valutazione di probabilità in casi semplici.	*Prima e seconda classe* Identificare un problema affrontabile con un'indagine statistica, individuare la popolazione e le unità statistiche ad esso relative,formulare un questionario, raccogliere dati organizzare gli stessi in tabelle di frequenze. Rappresentare graficamente e analizzare gli indici adeguati alle caratteristiche: la moda, se qualitativamente sconnessi; la mediana, se ordinabili; la media aritmetica e il campo di variazione, se quantitativi. Realizzare esempi di campione casuale e rappresentativo. Realizzare previsioni di probabilità in contesti semplici.
Terza classe Raccolte di dati relativi a grandezze continue: costruzione degli intervalli di ampiezza uguale o diversa. Istogramma di frequenze. Frequenze relative, percentuali, cumulate. Fonti ufficiali dei dati: loro utilizzo. Comprendere in modo adeguato le varie concezioni di probabilità: classica, frequentista e soggettiva.	*Terza classe* Costruire istogrammi e leggerli. Riconoscere grafici errati e correggerli, se possibile. Ricavare informazioni da raccolte di dati e grafici di varie fonti. Utilizzare strumenti informatici per organizzare e rappresentare dati. Calcolare frequenze relative, percentuali e cumulate e darvi significato. Utilizzare frequenze relative, percentuali e cumulate per attuare confronti tra raccolte di dati. Comprendere quando e come utilizzare le diverse misure di probabilità (classica, frequentista, soggettiva).

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Dati e previsioni'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe Caratteri derivanti da misurazioni. Classificazione di dati con intervalli di ampiezza uguale o diversa Istogramma di frequenze. Campo di variazione. Calcolo di frequenze relative e percentuali e loro confronti.	*Prima e seconda classe* Classificare dati ottenuti da misurazioni. Rappresentare dati, anche utilizzando un foglio elettronico ed interpretarli. Usare ed interpretare misure di centralità e dispersione. Confrontare due distribuzioni rispetto allo stesso carattere.
Terza classe Campione estratto da una popolazione. Esempi di campioni rappresentativi e non. Probabilità di un evento; valutazione della probabilità di semplici eventi. Media aritmetica e valore atteso.	*Terza classe* Scegliere, in modo casuale, un elemento da un collettivo. Interpretare in termini probabilistici i risultati relativi a prove multiple di eventi in contesti reali e virtuali (giochi, software,…) Riconoscere eventi complementari, eventi incompatibili, eventi indipendenti, eventi esaustivi Prevedere, in semplici contesti, i possibili risultati di un esperimento e le loro probabilità.
Aspetti storici connessi: questioni statistiche e probabilistiche nel passato (ad esempio: le prime tavole statistiche sulla natalità e mortalità, battesimi ed epidemie, nell'Inghilterra del '600; gli eventi incerti e le predizioni al tempo dei greci e dei popoli antichi)	

‘LE RELAZIONI’ NELLA SCUOLA PRIMARIA E SECONDARIA DI PRIMO GRADO[25]

*Grazia Grassi**

**Docente - ITIS ‘Majorana’, San Lazzaro di Savena (Bo)*

Il concetto di funzione rientra nel più generale concetto di relazione, fondamentale nella matematica e per l’apprendimento degli allievi. Si tratta di concetti da acquisire nel lungo periodo che svolgono un ruolo unificante quali sintesi di altri concetti matematici e condensazione di precedenti esperienze didatticamente significative.

Gli studi nell'ambito della ricerca didattica hanno evidenziato vari aspetti coinvolti nel processo di insegnamento-apprendimento del concetto di funzione. Un quadro teorico di particolare interesse è quello delineato da A. Sfard (1991)[26]. L'autrice evidenzia come il concetto di funzione, assieme ad altri concetti astratti della Matematica, quali ad esempio quello di numero, possa essere concepito in due diversi modi: sia come *oggetto* - da un punto di vista strutturale - sia come *processo* - da un punto di vista operativo.

I due diversi aspetti sono distinti e complementari, in ogni caso inscindibili se si vuole pervenire a comprendere i concetti della matematica. Ad esempio, una funzione può essere pensata come un insieme di coppie ordinate secondo la concezione strutturale tratta da Bourbaki nella quale la funzione è vista come oggetto oppure, secondo una visione operativa, come processo di calcolo o metodo ben definito per passare da un insieme di valori ad un altro.

La stessa funzione può essere vista come un processo di calcolo e rappresentata mediante un algoritmo per il computer, tradotto in un opportuno linguaggio di programmazione (concezione operativa), oppure può essere rappresentata mediante una rappresentazione grafica che incoraggia un approccio di tipo olistico e strutturale.

Una comprensione piena del concetto di funzione deve pertanto inglobare entrambe le concezioni, quella operativa e quella strutturale, non secondo una visione dicotomica, ma dialettica del problema.

La proposta del Curricolo di Matematica elaborata dalla Commissione costituita dall’UMI è rivolta sia alla scuola primaria sia alla scuola secondaria e propone l’idea di

---

[25] Le riflessioni qui presentate sono state sviluppate a partire dai documenti: D.P.R. 104/1985 - Programmi didattici per la Scuola Primaria; D.M. 9 febbraio 1979 - Programmi per la scuola media; D. Lgs. n. 59/2004 (Allegati B, C e D); Raccomandazioni per l’attuazione delle Indicazioni Nazionali per i Piani di Studio Personalizzati nella scuola primaria (2004); “Matematica 2001: la matematica per il cittadino”, prodotto da UMI. Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

Si vedano le tabelle alla fine del contributo.

[26] A. Sfard, *On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin*, in “Educational Studies in Mathematics” 22, 1991, pp. 1-36.

una 'matematica del cittadino', cioè di un insieme di conoscenze ed abilità fondamentali necessarie a coloro che fanno parte dell'attuale società. In tale contesto il nucleo 'Le relazioni' occupa una posizione centrale dalla scuola primaria alla scuola secondaria di secondo grado. Le riflessioni presenti in tale documento, e riportate in sintesi nella tabella in allegato, possono servire come chiave di lettura dei documenti ufficiali per i vari livelli scolastici.

I Programmi per la scuola primaria del 1985 si limitano ad alcuni riferimenti a 'successioni spazio-temporali', per il primo biennio, e a 'scoprire una regola che generi una data successione', per il secondo biennio.

Più vasti sono i riferimenti nei Programmi per la scuola secondaria di primo grado (1979). In essi, gli Orientamenti per la lettura dei contenuti raccomandano che:

- risolvere un problema non significhi soltanto applicare regole fisse a situazioni schematizzate, ma … chiedere all'allievo di farsi carico della traduzione in termini matematici;
- il calcolo letterale avulso da riferimenti concreti non dovrà avere valore preponderante nell'insegnamento;
- l'argomento 'proporzioni' … sia finalizzato alla scoperta delle leggi di proporzionalità ($y = kx$; $xy = k$);
- il calcolo letterale non sia avulso da riferimenti concreti e non abbia valore preponderante nell'insegnamento.

Tra i Temi dei Programmi del 1979 compare 'Corrispondenze ad analogie strutturali' con specifici riferimenti ai concetti di relazione, corrispondenza, funzione, legge di composizione in ambiti diversi.

Inoltre, nelle Indicazioni per la matematica dei medesimi programmi, unitamente al concetto di funzione, si trova il termine variabile come '*idea centrale*' per la quale si richiede di '*giungere ad una visione unitaria*'[27].

L'acquisizione del concetto di funzione e del concetto di relazione si colloca quindi, a pieno titolo nell'ambito dell'insegnamento/apprendimento dell'algebra.

Il saper gestire le lettere, distinguendo tra variabili, incognita ecc., comporta il superamento di una comprensione dell'algebra solo strumentale che si configura come un insieme di regole senza giustificazioni; tale (pseudo) comprensione si manifesta come abilità tecnica non collegata all'abilità di motivare l'uso di algoritmi e tecniche di calcolo. Sulla base anche degli esiti di ricerca in didattica della matematica, alla comprensione strumentale va contrapposta una comprensione relazionale (ad esempio, dei concetti di relazione, di funzione) descritta come l'abilità di saper riconoscere e mettere in formula relazioni tra grandezze, di saper riconoscere e descrivere nel linguaggio dell'algebra e in altri registri rappresentativi, ad esempio tabulare e grafico, i concetti della matematica.

Nelle Indicazioni Nazionali uno specifico riferimento a 'Le relazioni' si trova solo al terzo anno della scuola secondaria di primo grado; fino a tale livello i riferimenti al tema sono da ricercarsi trasversalmente all'interno degli altri nuclei tematici.

---

[27] Vedi 'Materiali di approfondimento'.

Nelle classi della scuola secondaria di primo grado precedenti il terzo anno e della scuola primaria, si fa riferimento ad individuare regolarità e proprietà in contesti diversi, allo stabilire legami tra fatti, dati e termini, scegliendo opportune forme di rappresentazione simbolica per rendere evidenti tali relazioni. È, quindi, sottolineata la funzione simbolica del linguaggio dell'aritmetica e dell'algebra che, a partire dal linguaggio naturale, sintetizza in segni processi di calcolo e oggetti astratti (4+3 significa aggiungere 2 a 4 oppure individua l'oggetto matematico 'numero 7' che si ottiene aggiungendo 3 a 4).

Fin dalla scuola primaria si sottolinea l'importanza di una traduzione dal linguaggio naturale al simbolismo matematico (in una sorta di pre-algebra) delle relazioni implicite in situazioni problematiche[28] traduzione basata sull'attenzione al processo di esplicitazione delle relazioni stesse tra le grandezze in gioco e alla messa in formula, anziché alla sola fase di soluzione con il ricorso a tecniche di calcolo.

Il ricorso all'algebra delle lettere e delle funzioni espresse come $y = f(x)$, previsto per la classe terza della scuola secondaria di primo grado (sia nelle Indicazioni Nazionali sia nei Curricoli UMI), è una tappa di un itinerario che parte dall'aritmetica per giungere alla messa in formula consapevole nel registro algebrico. A questo livello, l'attenzione è focalizzata sul grafico delle funzioni intese come strumento di modellizzazione di semplici fenomeni fisici, meglio se in riferimento all'esperienza personale dell'allievo (costruzione di grafici a partire da tabelle di dati, interpretazione della relazione tra le grandezze coinvolte, uso del linguaggio algebrico per la codifica di tali relazioni). Si tratta di un approccio che mette in evidenza, accanto alle funzioni intese come leggi matematiche, accezioni del concetto di funzione quali funzione empirica o sperimentale soggiacente, ad esempio, alla costruzione di orologi solari, ad attività di determinazione del peso specifico di sassi, alla determinazione sperimentale della relazione esistente tra volume e pressione di un certo gas[29], a una legge fisica (legge di Boyle e Mariotte...), a una legge casuale (in relazione al punteggio ottenuto con il lancio di due dadi...).

I documenti citati rinviano alla scuola secondaria di secondo grado l'approccio al concetto di funzione come sottoinsieme del prodotto cartesiano. Un ostacolo alla costruzione del concetto di funzione in questa seconda interpretazione può essere costituito dal grafico stesso: il saper leggere ed interpretare correttamente un grafico è, infatti, una abilità che va costruita, da un punto di vista didattico, sul lungo periodo e che richiede che lo studente distingua i concetti matematici dalle loro rappresentazioni semiotiche[30].

Le tabelle successive sono organizzate per livello scolastico.

---

[28] *Situazione problematica* - Situazione problematica è il sistema delle competenze reali nelle quali si può immaginare quanto descritto da un testo e dal suo significato (semantica), all'interno delle esperienze del singolo bambino (il sistema è specifico per quel dato problema (tratta da B. D'Amore, *Problemi di matematica nella scuola primaria*, Pitagora, Bologna, 2005.

[29] L. Cannizzaro, *Il concetto di funzione: molte facce, lenta costruzione e tendenza alla mutazione*, in "Atti del Convegno 'La Didattica della Matematica: una scienza per la scuola', Castel San Pietro Terme, 2005.

[30] A. Gagatsis, *Comprensione e apprendimento in Matematica. Un approccio multidimensionale*, Pitagora, Bologna, 2004.

D.P.R. n. 104/1985[31]

Scuola primaria
Obiettivi
Primo e secondo anno Rappresentare con schematizzazioni elementari (ad esempio, con frecce) successioni spazio-temporali, relazioni d'ordine, corrispondenze, riferite a situazioni concrete.
Terzo, quarto e quinto anno Scrivere una successione di numeri naturali partendo da una regola data; viceversa, scoprire una regola che generi una data successione.

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. n. 59/2004) - 'Le relazioni'[32]

Scuola primaria	
Nucleo	***Obiettivi specifici di apprendimento***
Il numero	*Classe prima* Esplorare, rappresentare (con disegni, figure, simboli) e risolvere situazioni problematiche utilizzando addizioni e sottrazioni.
Introduzione al pensiero razionale	In situazioni concrete classificare oggetti fisici e simbolici (figure, numeri …) in base ad una data proprietà.
Il numero	*Primo biennio* Esplorare, rappresentare e risolvere situazioni problematiche utilizzando la moltiplicazione e la divisione. Verbalizzare le operazioni compiute e usare i simboli dell'aritmetica per rappresentarle
Introduzione al pensiero razionale	Acquisire la consapevolezza della diversità di significato tra termini usati nel linguaggio comune e quelli del linguaggio specifico. In contesti vari individuare, descrivere e costruire relazioni significative, riconoscere analogie e differenze
Il numero	*Secondo biennio* Riconoscere e costruire relazioni tra numeri naturali (multipli, divisori, numeri primi, …)
Introduzione al pensiero razionale	Relazioni tra oggetti (classificare oggetti, figure, numeri, in base ad una/due o più proprietà date e viceversa, ordinare elementi in base ad una data caratteristica, riconoscere ordinamenti assegnati) e le loro rappresentazioni. In contesti diversi individuare, descrivere e costruire relazioni significative: analogie, differenze, regolarità.

[31] Si fa riferimento ad alcuni contenuti del tema 'Logica'.

[32] Non compare come nucleo a sé stante; i riferimenti al tema sono trasversali all'interno degli altri nuclei tematici.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Le relazioni'

Scuola primaria	
Conoscenze	***Abilità***
Classe prima Semplici relazioni (equivalenze, ordinamenti).	*Classe prima* In situazioni concrete, classificare oggetti, figure, numeri, in base a una data proprietà e, viceversa; indicare una proprietà che spieghi una data classificazione. In situazioni concrete, ordinare elementi in base ad un criterio assegnato e riconoscere ordinamenti dati. Scoprire semplici relazioni tra numeri, a partire da esperienze concrete.
Primo biennio Semplici relazioni tra numeri naturali. Prime rappresentazioni di relazioni.	*Primo biennio* Classificare e ordinare numeri in base a una data proprietà e, viceversa, scoprire semplici relazioni tra numeri a partire da operazioni concrete. Utilizzare semplici rappresentazioni per esprimere relazioni.
Secondo biennio Relazioni e loro rappresentazioni (tabelle, frecce, piano cartesiano). Rappresentazioni di insiemi e relazioni con diagrammi di vario tipo.	*Secondo biennio* Individuare, descrivere e costruire relazioni in contesti vari e significativi. Rappresentare oggetti, figure, dati numerici. Classificare oggetti, figure, numeri in base a due o più proprietà e realizzare adeguate rappresentazioni delle stesse classificazioni. Sapere passare da una rappresentazione all'altra. Ordinare elementi di un insieme numerico in base ad un criterio.

D.M. 9/2/1979[33]

Scuola secondaria di primo grado	
Corrispondenze, analogie strutturali	Richiami, confronti e sintesi dei concetti di relazione, corrispondenza, funzione, legge di composizione incontrati in ambiti diversi. Ricerca e scoperta di analogie di struttura.
Dagli 'Obiettivi generali per la matematica'	Guidare alla capacità di progressiva chiarificazione dei concetti e facendo riconoscere analogie in situazioni diverse, così da giungere a una visione unitaria su alcune idee centrali (variabile, funzione, trasformazione, struttura...).

[33] Si fa riferimento ai temi direttamente indicati.

Indicazioni Nazionali (D. Lgs. n. 59/2004) - 'Le relazioni'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe Non compaiono indicazioni esplicite al tema.	*Prima e seconda classe* Non compaiono indicazioni esplicite al tema.
Terza classe Alcune relazioni significative (essere uguale a, essere multiplo di, essere maggiore di, essere parallelo o perpendicolare a, ...). Funzioni: tabulazioni e grafici. Funzioni del tipo: $y = ax, \; y = a/x, \quad y = ax^2$ e loro rappresentazione grafica. Semplici modelli di fatti sperimentali e di-leggi matematiche.	*Terza classe* In contesti vari, individuare, descrivere e costruire relazioni significative:riconoscere analogie e differenze. Utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà regolarità numeriche, geometriche, fisiche...). Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni tra grandezze. Usare coordinate cartesiane, diagrammi, tabelle per rappresentare relazioni e funzioni.

UMI 2001: La matematica per il cittadino - 'Le relazioni'

Scuola secondaria di primo grado	
Conoscenze	***Abilità***
Prima e seconda classe Alcune relazioni significative (essere uguale a, essere multiplo di, essere maggiore di, essere parallelo o perpendicolare a…). Semplici questioni di tipo combinatorio. Grandezze direttamente e inversamente proporzionali.	*Prima e seconda classe* In contesti vari, individuare, descrivere e costruire relazioni significative: riconoscere analogie e differenze. Eseguire combinazioni diverse tra gli elementi di un insieme. Utilizzare le lettere per esprimere in forma generale semplici proprietà e regolarità (numeriche, geometriche, fisiche…). Costruire, leggere, interpretare e trasformare formule. Usare tabelle per rappresentare relazioni. Riconoscere in fatti e fenomeni relazioni tra grandezze.
Terza classe Funzioni: tabulazioni e grafici. Funzioni del tipo: $y = ax, \quad y = \frac{a}{x}, \quad y = ax^2$ e loro rappresentazione grafica. Equazioni e disequazioni numeriche di primo grado. Semplici modelli di fatti sperimentali e di leggi matematiche.	*Terza classe* Usare coordinate cartesiane, diagrammi, tabelle per rappresentare relazioni e funzioni. Risolvere problemi utilizzando equazioni e disequazioni numeriche di primo grado. Usare modelli dati o costruire semplici modelli per descrivere fenomeni ed effettuare previsioni.

Parte III

Materiali di approfondimento

a cura del Gruppo di ricerca

In questa parte si propongono alcuni estratti dai documenti citati nel volume, allo scopo di fornire ulteriori elementi di riflessione agli insegnanti. Non si fa riferimento alle ‘Indicazioni Nazionali’, in quanto esse non contengono esplicitamente indicazioni didattiche per la matematica.

ESTRATTO DAL D.P.R. n. 104/85
PROGRAMMI DIDATTICI PER LA SCUOLA PRIMARIA

MATEMATICA

Matematica e formazione del pensiero

L'educazione matematica contribuisce alla formazione del pensiero nei suoi vari aspetti: di intuizione, di immaginazione, di progettazione, di ipotesi e deduzione, di controllo e quindi di verifica o smentita. Essa tende a sviluppare, in modo specifico, concetti, metodi e atteggiamenti utili a produrre le capacità di ordinare, quantificare e misurare fatti e fenomeni della realtà e a formare le abilità necessarie per interpretarla criticamente e per intervenire consapevolmente su di essa. L'insegnamento della matematica nella scuola elementare è stato per lungo tempo condizionato dalla necessità di fornire precocemente al fanciullo strumenti indispensabili per le attività pratiche. Con il dilatarsi dell’istruzione si è avuta la possibilità di puntare più decisamente verso obiettivi di carattere formativo. In questa situazione, che offriva una più ampia libertà progettuale, l'insegnamento della matematica, in quasi tutti i paesi del mondo, si è orientato verso l'acquisizione diretta di concetti e strutture matematiche e ha promosso anche in Italia un'intensa attività di sperimentazione. La vasta esperienza compiuta ha però dimostrato che non è possibile giungere all'astrazione matematica senza percorrere un lungo itinerario che collega l'osservazione della realtà, l'attività di matematizzazione, la risoluzione dei problemi, la conquista dei primi livelli di formalizzazione. La più recente ricerca didattica, attraverso un'attenta analisi dei processi cognitivi in cui si articola l'apprendimento della matematica, ne ha rilevato la grande complessità, la gradualità di crescita e linee di sviluppo non univoche. In questo contesto si è constatato che anche gli algoritmi (cioè, i procedimenti ordinati) di calcolo e lo studio delle figure geometriche hanno una valenza formativa ben al di là delle utilizzazioni pratiche che un tempo giustificavano il loro inserimento nei programmi.

Obiettivi e contenuti

Per chiarezza espositiva vengono distinti di seguito alcuni temi matematici articolati per obiettivi. L'insegnante si sforzerà di svilupparli in modo coordinato, approfittando di tutte le occasioni sia per richiamare questioni di tipo matematico, sia per collegarli con argomenti di altre discipline. Gli obiettivi elencati hanno caratteristiche e funzioni diverse. Alcuni tengono conto della acquisizione di abilità e di conoscenze strettamente concatenate, e vanno tradotti in precise progressioni e in indicatori particolari che ne segnalino una acquisizione stabile oppure incertezze o carenze. Si tratta, principalmente, di obiettivi riguardanti i numeri naturali e decimali, le abilità di calcolo e alcuni contenuti della geometria. Altri obiettivi riguardano fatti, concetti, principi e procedimenti meno strettamente concatenati, da introdurre ad un primo stadio di conoscenza e che verranno sviluppati e approfonditi ad un successivo livello scolastico. Fra questi, si possono ricordare quelli relativi alla logica, alla probabilità, alla statistica e all'informatica. La valutazione del conseguimento degli obiettivi proposti deve pertanto tener conto di tali diversità.

a) Problemi

Il pensiero matematico è caratterizzato dall'attività di risoluzione di problemi e ciò è in sintonia con la propensione del fanciullo a porre domande e a cercare risposte. Di conseguenza le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da situazioni problematiche concrete, che scaturiscono da esperienze reali del fanciullo e che offrano anche l'opportunità di accertare quali apprendimenti matematici egli ha in precedenza realizzato, quali strumenti e quali strategie risolutive utilizza e quali sono le difficoltà che incontra. Occorre evitare, peraltro, di procedere in modo episodico e non ordinato e tendere invece ad una progressiva organizzazione delle conoscenze. Obiettivi: Tradurre problemi elementari espressi con parole in rappresentazioni matematiche, scegliendo le operazioni adatte; quindi trovare le soluzioni e interpretare correttamente i risultati; inversamente, attribuire un significato a rappresentazioni matematiche date; individuare situazioni problematiche in ambiti di esperienza di studio e formularne e giustificarne ipotesi di risoluzione con l'uso di appropriati strumenti matematici, sia aritmetici sia di altro tipo; risolvere problemi aventi procedimento e soluzione unici e problemi che offrono possibilità di risposte diverse, ma ugualmente accettabili; individuare la carenza di dati essenziali per la risoluzione di problemi ed eventualmente integrarli; riconoscere in un problema la presenza di dati sovrabbondanti, oppure contraddittori con conseguente impossibilità di risolverlo) [...].

b) Aritmetica

Lo sviluppo del concetto di numero naturale va stimolato valorizzando le precedenti esperienze degli alunni nel contare e nel riconoscere simboli numerici, fatte in contesti di gioco e di vita familiare e sociale. Va tenuto presente che l'idea di numero naturale è complessa e richiede pertanto un approccio che si avvale di diversi punti di vista (ordinalità, cardinalità, misura, ecc.); la sua acquisizione avviene a livelli sempre più elevati di interiorizzazione e di astrazione durante l'intero corso di scuola elementare, e oltre. La formazione delle abilità di calcolo va fondata su modelli concreti e strettamente collegata a situazioni problematiche. Con ciò non si intende sottovalutare l'importanza della formazione di alcuni automatismi fondamentali (quali le tabelline, ad esempio) da concepire come strumenti necessari per una più rapida ed essenziale organizzazione degli algoritmi di calcolo. In effetti, la conoscenza di tali algoritmi, insieme all'elaborazione di diverse procedure e strategie del calcolo mentale, contribuisce anche alla costruzione significativa della successione degli interi naturali e di altre importanti successioni numeriche (pari, dispari, multipli, ecc.) [...].

c) Geometria e misura

La geometria va vista inizialmente come graduale acquisizione delle capacità di orientamento, di riconoscimento e di localizzazione di oggetti e di forme e, in generale, di progressiva organizzazione dello spazio, anche attraverso l'introduzione di opportuni sistemi di riferimento. L'itinerario geometrico elementare, tenendo alla sistemazione delle esperienze spaziali del fanciullo, si svilupperà attraverso la progressiva introduzione di rappresentazioni schematiche degli aspetti della realtà fisica; dallo studio e dalla realizzazione di modelli e disegni si perverrà alla conoscenza delle principali figure geometriche piane e solide e delle loro trasformazioni elementari. Si porrà particolare attenzione ad una corretta acquisizione dei concetti fondamentali di lunghezza, area, volume, angolo, parallelismo, perpendicolarità. Consistente rilievo dovranno avere, altresì, l'introduzione delle grandezze e l'uso dei relativi procedimenti di misura, da far apprendere anch'essi in contesti esperienziali e problematici e in continuo collegamento con l'insegnamento delle scienze [...].

d) Logica

L'educazione logica, più che oggetto di un insegnamento esplicito e formalizzato, deve essere argomento di riflessione e di cura continua dell'insegnante, a cui spetta il compito di favorire e stimolare lo sviluppo cognitivo del fanciullo, scoprendo tempestivamente eventuali difficoltà e carenze. Particolare cura sarà rivolta alla conquista della precisione e della completezza del linguaggio, tenendo conto che, soprattutto nei primi anni di scuola, il linguaggio naturale ha ricchezza espressiva e potenzialità logica adeguate alle necessità di apprendimento. L'insegnante proporrà fin dall'inizio, sul piano dell'esperienza e della manipolazione concreta, attività ricche di potenzialità logica, quali: classificazioni mediante attributi, inclusioni, seriazioni ecc. Con gradualità potrà introdurre qualche rappresentazione logico-insiemistica (si potranno usare i diagrammi di Eulero-Venn, i grafi, ecc.) che sarà impiegata per l'aritmetica, la geometria, per le scienze, per la lingua, ecc. Tuttavia terrà presente che la simbolizzazione formale di operazioni logico-insiemistiche non è necessaria, in via preliminare, per l'introduzione degli interi naturali e delle operazioni aritmetiche. Terrà, inoltre, presente che le più elementari questioni di tipo combinatorio forniscono un campo di problemi di forte valenza logica [...].

e) Probabilità, statistica, informatica

Importanza educativa notevole va riconosciuta anche a concetti, principi e capacità connessi con la rappresentazione statistica di fatti, fenomeni e processi e con l'elaborazione di giudizi e di previsioni in condizioni di incertezza. L'introduzione dei primi elementi di probabilità, che può trovare posto alla fine del corso elementare, ha lo scopo di preparare nel fanciullo un terreno intuitivo su cui si possa, in una fase successiva, fondare l'analisi razionale delle situazioni di incertezza. La classica definizione di probabilità - come rapporto fra il numero dei casi favorevoli e il numero dei casi possibili in situazioni aleatorie simmetriche - non può essere assunta come punto di partenza, ma è piuttosto il punto di arrivo di una ben graduata attività. Nello sviluppo di questo itinerario può realizzarsi la costruzione e l'analisi di procedimenti e di algoritmi - numerici e non numerici - anche con l'uso iniziale, ma coerente e produttivo, di opportuni strumenti di calcolo e di elaborazione delle informazioni [...].

Indicazioni didattiche

1. All'inizio della prima elementare è opportuno che l'insegnante svolga un'attenta ricognizione dello stato di preparazione dei singoli alunni in relazione alle esigenze del processo di apprendimento della matematica. A tal fine sembra utile un'osservazione sistematica dei comportamenti più significativi quali si manifestano nel contesto delle attività didattiche e dei giochi. Importanti settori di osservazione sono le capacità di: cogliere relazioni e porre in relazione oggetti fra loro, contare per contare (sequenza numerica verbale), contare oggetti (corrispondenza fra passi successivi della sequenza numerica verbale e oggetti), orientarsi nello spazio (sopra, sotto, avanti, dietro...), orientarsi nel tempo (prima, dopo). La programmazione didattica verrà sviluppata tenendo conto delle informazioni ottenute mediante questa prima ricognizione e sarà diretta, in primo luogo, a costituire una comune base di esperienze su cui fondare la riflessione e la concettualizzazione matematica e un più agevole raccordo con la scuola materna e l'extra-scuola. Ciò potrà essere raggiunto anche attraverso attività e giochi scelti fra quelli tradizionalmente presenti negli ambienti di vita del fanciullo. Nel conseguimento dei diversi obiettivi è importante procedere in modo costruttivo e significativo, fornendo agli alunni una adeguata base manipolatoria e rappresentativa. Ciascun alunno va messo in condizione di utilizzare, inizialmente, materiali diversi, comuni o strutturati, che forniscano adeguati modelli dei concetti matematici implicati nelle varie procedure operative. Tuttavia è importante che egli si distacchi, ad un certo punto, dalla manipolazione dei materiali stessi per arrivare ad utilizzare soltanto le relative rappresentazioni mentali nell'esecuzione e nella interpretazione dei compiti a lui assegnati. Il passaggio dall'esperienza alla rappresentazione e quindi alla formalizzazione può avvenire muovendo dalle situazioni più varie; fra di esse un ruolo importante hanno le più naturali e spontanee: quelle di gioco. Ogni attività di gioco e di lavoro, ben impostata e condotta, favorisce un'attività intellettuale controllata ed educa al confronto di idee, comportamenti, soluzioni alternative, in un clima positivo di socializzazione. Fra i giochi si possono comprendere sia quelli spontanei o appresi dal fanciullo nel suo ambiente culturale, sia quelli più specificamente indirizzati al conseguimento di particolari abilità matematiche.

2. Cura particolare va posta sia nell'acquisizione del complesso concetto di numero naturale, sia nella formazione della capacità di rappresentarlo nel sistema di scrittura decimale, con riferimento al valore posizionale delle cifre e al significato e all'uso dello zero. A tale scopo può risultare vantaggiosa l'introduzione di sistemi di numerazione diversi da quello decimale per la notazione multibase di tali numeri. Va, inoltre, tenuto presente che l'insieme dei numeri naturali ha la caratteristica fondamentale di essere ordinato e, pertanto, è essenziale che il fanciullo acquisisca la capacità di confrontare e ordinare gli stessi numeri, utilizzando anche la cosiddetta linea numerica o retta graduata. Entro il secondo anno gli alunni dovranno pervenire a dominare operativamente i numeri naturali almeno entro il cento. In terza classe sarà opportuno condurli a operare, come traguardo minimo per tutti, con numeri entro il mille proponendo addizioni e sottrazioni con non più di due cambi (riporti o prestiti), moltiplicazioni con fattori di non più di due cifre e divisioni con divisore di una cifra. In quarta classe tali vincoli potranno cadere, anche se è opportuno non oltrepassare il milione nel calcolo scritto. L'introduzione dei numeri con virgola va realizzata a partire dal terzo anno e le relative operazioni vanno introdotte, con gradualità negli ultimi due anni. In quarta classe ci si può limitare alle addizioni e alle sottrazioni, con specifica attenzione al valore frazionario delle cifre secondo la posizione occupata a destra della virgola, e quindi all'incolonnamento. In quinta classe le moltiplicazioni e le divisioni con numeri decimali non dovranno avere, rispettivamente, fattori e divisori con più di due cifre dopo la virgola. I suggerimenti di non oltrepassare determinati limiti numerici vanno intesi esclusivamente in funzione della necessità di centrare l'attenzione degli alunni sui fondamentali concetti di notazione posizionale e sulle relative eventuali conseguenze di cambio; questi dovranno essere totalmente dominati in contesti semplici prima di poterli ampliare, per analogia e con gradualità, in contesti man mano più complessi dove si utilizzano numeri di molte cifre. L'acquisizione significativa delle tecniche ordinarie di calcolo delle quattro operazioni scritte andrà opportunamente consolidata mettendo gli alunni in grado di saper ottenere, nei casi possibili, uno stesso risultato numerico elaborando, di volta in volta, schemi di calcolo (algoritmi) differenti, sia mediante scomposizioni diverse dei numeri, sia con l'uso pertinente delle proprietà delle operazioni. Tutto ciò, accompagnato dall'assunzione dei necessari automatismi, influirà positivamente sulla formazione delle importanti capacità di eseguire calcoli mentali con precisione e rapidità, tenendo presente che tali capacità non solo sono utili a prevedere e a verificare lo sviluppo, anche in approssimazione, di operazioni complesse eseguite per iscritto, ma servono, inoltre, a controllare l'esito delle operazioni stesse, allorché in momenti successivi verranno realizzate mediante calcolatrici tascabili. Le attività di manipolazione di materiali idonei, le operazioni di misura di grandezze fisiche diverse, le analisi di dati economici e demografici, ecc. possono offrire occasioni di lavoro con i numeri sia in base dieci che in altre basi o, nel terzo, quarto e quinto anno, un opportuno punto di partenza per l'avvio della comprensione delle potenze e della loro scrittura. Particolarmente utile può risultare, in proposito, la scrittura dei numeri cento, mille, diecimila,... mediante potenze del dieci, per giungere alla trascrizione di un numero con più cifre sotto forma di polinomio numerico.

3. L'avvio allo studio della geometria va ricollegato in modo naturale, ad una pluralità di sollecitazioni che provengono dalla percezione della realtà fisica. Sarebbe quindi oltremodo riduttivo limitare l'insegnamento di questo settore alla semplice memorizzazione della nomenclatura tradizionale e delle formule per il calcolo di perimetri, aree, volumi di figure particolari. Va favorita, invece, un'attività geometrica ricca e variata, prendendo le mosse dalla manipolazione concreta di oggetti e dall'osservazione e descrizione delle loro trasformazioni e posizioni reciproche. Le nozioni di perimetro, area, volume andranno introdotte - a livello intuitivo - anche per figure irregolari, in modo da svincolare questi concetti dalle formule, le quali vanno viste come semplici strumenti atti a facilitare i calcoli in casi importanti ma particolari. Il disegno geometrico, inizialmente a mano libera, quindi con riga, squadra e compasso, andrà curato con attenzione, sia per le notevoli abilità operative che esso promuove, sia per favorire l'assimilazione di concetti come 'parallelismo' e 'perpendicolarità'. Oltre ai sistemi di riferimento di tipo cartesiano, comunemente usati per individuare posizioni su un reticolato a coordinate intere positive (geopiano, carta quadrettata, mappe o carte geografiche), si potranno introdurre informalmente altri sistemi di riferimento più direttamente collegati alla posizione dell'osservatore. Per il calcolo dei perimetri e delle aree si raccomanda di non insistere troppo sull'apprendimento dei cosiddetti 'numeri fissi' (costanti) attraverso la proposizione di nozioni puramente mnemoniche il cui significato, a questo livello di età, risulta difficilmente comprensibile; per quel che riguarda la presentazione del numero (pi greco), sarà sufficiente indicare che esso vale approssimativamente 3,14.

4. Un itinerario di lavoro per la misura, che tenga conto delle difficoltà implicate nel processo di misurazione, dovrà comprendere le tappe del confronto diretto, del confronto indiretto, con campioni arbitrari e del confronto indiretto con le unità di misura convenzionali. Una effettiva comprensione del significato di 'misura' è perseguibile solo attraverso una ricca base sperimentale, senza la quale non è possibile comprendere che 'misurare' significa scandire una quantità continua e scoprire le difficoltà che si incontrano e gli errori che si possono commettere in un processo di misurazione. Una riflessione sulle unità di misura locali del passato e, dove permangono ancora, del presente, così come sulle unità di misura di altri popoli e di altri tempi, potrà servire a consolidare l'idea della convenzionalità del sistema in uso. Nell'uso di unità di misura convenzionali si raccomanda di uniformarsi alle norme del 'Sistema Internazionale di Unità' (riportate nel D.P.R. n. 802 del 12 agosto 1982), che tra l'altro prescrivono di posporre il simbolo ('marca') al valore numerico in linea con esso, senza farlo seguire da un punto; si suggerisce anche di evitare esercitazioni con unità di misura scarsamente usate, ad esempio il miriagrammo. Quanto all'uso delle 'marche' nella risoluzione di problemi, essendo inadatto a questo livello di età uno sviluppo sistematico dei calcoli dimensionali, è preferibile che esse non vengano riportate nelle indicazioni delle operazioni. E' invece opportuno che accanto alle operazioni stesse si riporti una descrizione del procedimento nella quale si indicherà l'unità di misura di ciascun risultato man mano ottenuto. E' da tenere, inoltre, presente che possono essere misurati sia gli aspetti della realtà fisica direttamente esperibili (lunghezze, tempi, pesi, capacità, temperature,...) sia aspetti della realtà economica e sociale (produzione, migrazione, variabilità delle nascite,...). Il 'misurare' è quindi da considerarsi come uno strumento conoscitivo che aumenta le possibilità di comprendere i fatti e i fenomeni, come, viceversa, dallo studio dei fatti e dei fenomeni si può comprendere che la misura non è limitabile ai ristretti campi delle lunghezze, dei pesi o delle aree.

5. Gli elementi di logica e di insiemistica hanno come obiettivo principale la padronanza dei relativi linguaggi e il loro impiego in contesti significativi. L'insegnante, inoltre, condurrà l'alunno, con esempi concreti, all'impiego corretto di termini come 'tutti', 'qualcuno', ecc. Ciò, peraltro, non comporterà necessariamente l'impiego della simbologia matematica relativa agli insiemi e alle operazioni insiemistiche e logiche. Si raccomanda di non introdurre nozioni in modo scorretto, essendo preferibile posticipare la precisazione di un concetto alla rettifica di nozioni già introdotte impropriamente. Ad esempio, è opportuno che il quadrato sia presentato come caso particolare del rettangolo, evitando di far credere che un rettangolo è tale solo se ha, necessariamente, lati disuguali. Così pure una particolare cura dovrà essere posta al segno di 'uguaglianza'; quando, ad esempio, si hanno catene di operazioni, anziché il segno di uguaglianza (che in questo contesto indica il compimento di un'operazione, e che spesso viene usato in modo improprio) si impiegheranno altri segni (ad esempio, si potrà ricorrere ai grafi).

6. Le raccolte dei dati, effettuate in contesti diversi e opportunamente organizzate, condurranno alle prime nozioni di statistica descrittiva anche attraverso visualizzazioni immediate. Quanto alle prime nozioni di probabilità è importante che il fanciullo sia condotto ad accettare senza turbamento situazioni di incertezza. Si può raggiungere molto bene questo scopo mediante il gioco: molti giochi hanno carattere aleatorio o ricorrono alla sorte per l'assegnazione di particolari ruoli. L'abilità del giocatore consiste nel saper scegliere, fra le varie mosse possibili, quella che offre maggiore probabilità di vittoria; si tratta dunque, in primo luogo di condurre l'alunno a compiere confronti di probabilità. Ciò può essere fatto dapprima in termini più vaghi, e poi in situazioni ben schematizzate. Anche l'informatica richiede un'attenta considerazione: da un lato, essa mette in evidenza l'idea di algoritmo, già presente nell'aritmetica ma suscettibile di un impiego assai più vasto; dall'altro, essa presenta il calcolatore come strumento di esplorazione del mondo dei numeri, di elaborazione e di interazione. Si terrà presente che esso è diventato uno strumento importante nella società contemporanea e non può, quindi, essere ignorato; ma, nello stesso tempo, sarà opportuno evitare infatuazioni, considerato che nessuno strumento, per quanto tecnologicamente sofisticato, può avere da solo effetti risolutivi. In definitiva, l'introduzione al pensiero e all'attività matematica deve rivolgersi in primo luogo a costruire, soprattutto là dove essa si manifesta carente, una larga base esperienziale di fatti, fenomeni, situazioni e processi, sulla quale poi sviluppare le conoscenze intuitive, i procedimenti e gli algoritmi di calcolo e le più elementari formalizzazioni del pensiero matematico. Si favorirà così la formazione di un atteggiamento positivo verso la matematica, intesa sia come valido strumento di conoscenza e di interpretazione critica della realtà, sia come affascinante attività del pensiero umano.

ESTRATTO DAL D.M. 9 FEBBRAIO 1979
PROGRAMMI PER LA SCUOLA MEDIA

Indicazioni per la matematica

Obiettivi

Nell'ambito degli obiettivi enunciati nella premessa agli insegnamenti, l'insegnamento della matematica si propone di: suscitare un interesse che stimoli le capacità intuitive degli alunni; condurre gradualmente a verificare la validità delle intuizioni e delle congetture con ragionamenti via via più organizzati; sollecitare ad esprimersi e comunicare in un linguaggio che, pur conservando piena spontaneità, diventi sempre più chiaro e preciso avvalendosi anche di simboli, rappresentazioni grafiche, ecc. che facilitino l'organizzazione del pensiero; guidare alla capacità di sintesi, favorendo una progressiva chiarificazione dei concetti e facendo riconoscere analogie in situazioni diverse, così da giungere a una visione unitaria su alcune idee centrali (variabile, funzione, trasformazione, struttura...); avviare alla consapevolezza e alla padronanza del calcolo.

Suggerimenti metodologici

Per il conseguimento degli obiettivi predetti, si farà ricorso ad osservazioni, esperimenti, problemi tratti da situazioni concrete così da motivare l'attività matematica della classe, fondandola su una sicura base intuitiva. Verrà dato ampio spazio all'attività di matematizzazione intesa come interpretazione matematica della realtà nei suoi vari aspetti (naturali, tecnologici, economici, linguistici...) con la diretta partecipazione degli allievi. Nel programma i contenuti sono raggruppati in 'temi' e non elencati in ordine sequenziale, al fine di facilitare la individuazione di quelle idee che appaiono essenziali allo sviluppo del pensiero matematico degli allievi. I temi non devono essere quindi intesi come capitoli in successione, ma argomenti tratti da temi diversi potranno, in sede di programmazione, alternarsi ed integrarsi nell'itinerario didattico che l'insegnante riterrà più opportuno. Ciò consentirà di introdurre taluni argomenti in anticipo rispetto alla loro sistemazione logica, il che può essere utile per analizzare situazioni concrete, interpretare fenomeni e collegare fra loro nozioni diverse; in tal caso l'insegnante si limiterà, in una prima fase, a fornire una visione d'insieme adeguata allo sviluppo mentale degli alunni, per ritornare sugli stessi argomenti con maggiore profondità, in momenti successivi. Nello stesso spirito, l'insegnante utilizzerà subito, con naturalezza, le nozioni che l'alunno possiede dalla scuola elementare. Si terrà conto, in ogni caso, della necessità di richiamare, volta a volta, i concetti e le informazioni necessari per innestare lo sviluppo dei nuovi temi e problemi. La matematica potrà fornire e ricevere contributi significativi da altre discipline. Si tenga presente, al riguardo, che la matematica fornisce un apporto essenziale alla formazione della competenza linguistica, attraverso la ricerca costante di chiarezza, concisione e proprietà di linguaggio, e, anche, mediante un primo confronto fra il linguaggio comune e quello più formale, proprio della matematica. Con l'educazione tecnica, la matematica può integrarsi sia fornendo mezzi di calcolo e di rappresentazione per la fase progettuale, sia ricevendone ausilio per la propria attività. Analogamente, possono essere trovati momenti di incontro della matematica con la geografia (metodo delle coordinate, geometria della sfera...), con l'educazione artistica (prospettiva, simmetrie...), ecc.

Orientamenti per la 'lettura' dei contenuti

Nello svolgimento del programma si terrà presente che una nozione può assumere più chiaro significato se messa a raffronto con altre ad essa parallele o antitetiche: così, per illustrare una proprietà si daranno anche esempi di situazioni in cui essa non vale: ad esempio la numerazione decimale potrà essere pienamente intesa se confrontata con altri sistemi di numerazione. il linguaggio degli insiemi potrà essere usato come strumento di chiarificazione, di visione unitaria e di valido aiuto per la formazione di concetti. Si eviterà comunque una trattazione teorica a sé stante, che sarebbe, a questo livello, inopportuna. Analogamente, grafi e diagrammi di flusso potranno essere utilizzati come un linguaggio espressivo per la schematizzazione di situazioni e per la guida alla risoluzione di problemi. Lo studio della geometria trarrà vantaggio da una presentazione non statica delle figure che ne renda evidenti le proprietà nell'atto del loro modificarsi; sarà anche opportuno utilizzare materiale e ricorrere al disegno. La geometria dello spazio non sarà limitata a considerazioni su singole figure, ma dovrà altresì educare alla visione spaziale. E' in questa concezione dinamica che va inteso anche il tema delle trasformazioni geometriche. Il metodo delle coordinate con il rappresentare graficamente fenomeni e legami fra variabili, aiuterà a passare da un livello intuitivo ad uno più razionale. Alcune trasformazioni geometriche potranno essere considerate anche per questa via. L'argomento 'proporzioni' non deve essere appesantito imponendo, come nuove, regole che sono implicite nella proprietà della operazioni aritmetiche, ma deve essere finalizzato alla scoperta delle leggi di proporzionalità ($y = kx$; $xy = k$). Nella trattazione delle potenze verrà dato particolare risalto alle potenze di 10, per il ruolo che esse hanno nella scrittura decimale dei numeri e, quindi, nella nozione di ordine di grandezza, anche in relazione al sistema metrico decimale. Ove se ne ravvisi l'opportunità, si potrà accennare anche alla legge di accrescimento esponenziale. Si terrà presente che 'risolvere un problema' non significa soltanto applicare regole fisse a situazioni già schematizzate, ma vuol dire anche affrontare problemi allo stato grezzo per cui si chiede all'allievo di farsi carico completo della traduzione in termini matematici. Nell'ambito di questo lavoro di traduzione si troverà, tra l'altro, una motivazione concreta per la costruzione delle espressioni aritmetiche e per le relative convenzioni di scrittura. Anche le equazioni e le disequazioni troveranno una loro motivazione nella risoluzione di problemi appropriati. L'insegnante potrà, inoltre, presentare equazioni e disequazioni in forma unificata, utilizzando l'idea di 'frase aperta' (enunciato con una o più variabili). La riflessione sull'uso dei connettivi concorre alla chiarificazione del linguaggio e del pensiero logico.

L'introduzione degli elementi di statistica descrittiva e della nozione di probabilità ha lo scopo di fornire uno strumento fondamentale per l'attività di matematizzazione di notevole valore interdisciplinare. La nozione di probabilità scaturisce sia come naturale conclusione dagli argomenti di statistica sia da semplici esperimenti di estrazioni casuali. L'insegnante, evitando di presentare una definizione formale di probabilità, avrà cura invece di mettere in guardia gli allievi dai più diffusi fraintendimenti riguardanti sia l'interpretazione dei dati statistici sia l'impiego della probabilità nella previsione degli eventi. Le applicazioni non dovranno oltrepassare il calcolo delle probabilità in situazioni molto semplici, legate a problemi concreti (ad esempio nella genetica, nell'economia, nei giochi).

Il tema 'Corrispondenze e analogie strutturali' non darà luogo ad una trattazione a se stante. Nel corso dei tre anni, tutte le volte che se ne presenti l'occasione, si faranno riconoscere analogie e differenze fra situazioni diverse, come approccio alle idee di realizzazione e struttura. Va sconsigliata l'insistenza su aspetti puramente meccanici e mnemonici, e quindi di scarso valore formativo. Si eviterà l'imposizione di regole che potrebbero essere più naturalmente individuate in altri contesti più appropriati. Ad esempio, argomenti come la scomposizione in fattori primi, la ricerca del massimo comune divisore e del minimo comune multiplo, il calcolo di grosse espressioni aritmetiche, l'algoritmo per l'estrazione della radice quadrata, il calcolo letterale avulso da riferimenti concreti, non dovranno avere valore preponderante nell'insegnamento e tanto meno nella valutazione.

ESTRATTO DA 'MATEMATICA 2001' CURRICOLI UMI

Competenze trasversali

Collocare nel tempo e nello spazio: avere consapevolezza della dimensione storica e della collocazione spaziale di eventi considerati.

Comunicare: individuare forme e strumenti di espressione orale, scritta, grafica o iconica per trasmettere un messaggio; cogliere i significati di un messaggio ricevuto.

*Costruire ragionamenti: o*rganizzare il proprio pensiero in modo logico e consequenziale; esplicitare il proprio pensiero attraverso esemplificazioni, argomentazioni e dimostrazioni.

Formulare ipotesi e congetture: intuire gli sviluppi di processi analizzati e di azioni intraprese.

*Generalizzare: i*ndividuare regolarità e proprietà in contesti diversi. Astrarre caratteristiche generali e trasferirle in contesti nuovi.

Inventare: costruire 'oggetti' anche simbolici rispondenti a determinate proprietà.

Porre in relazione: stabilire legami tra fatti, dati, termini.

Porre problemi e progettare possibili soluzioni: riconoscere situazioni problematiche; stabilire le strategie e le risorse necessarie per la loro soluzione.

Rappresentare: scegliere forme di presentazione simbolica per rendere evidenti relazioni esistenti tra fatti, dati, termini. utilizzare forme diverse di rappresentazione, acquisendo capacità di passaggio dall'una all'altra.

Competenze matematiche al termine del primo ciclo (scuola primaria e secondaria di primo grado)

Il numero

In situazioni varie, significative e problematiche, relative alla vita di tutti i giorni, alla matematica e agli altri ambiti disciplinari: comprendere il significato dei numeri, i modi per rappresentarli e il significato della notazione posizionale comprendere il significato delle operazioni operare tra numeri in modo consapevole sia mentalmente, sia per iscritto, sia con strumenti usare il ragionamento aritmetico e la modellizzazione numerica per risolvere problemi tratti dal mondo reale o interni alla matematica.

Lo spazio e le figure

In contesti diversi di indagine e di osservazione: esplorare, descrivere e rappresentare lo spazio; riconoscere e descrivere le principali figure piane e solide; utilizzare le trasformazioni geometriche per operare su figure; determinare misure di grandezze geometriche; usare la visualizzazione, il ragionamento spaziale e la modellizzazione geometrica per risolvere problemi del mondo reale o interni alla matematica.

Le relazioni

In vari contesti matematici e sperimentali: individuare relazioni tra elementi e rappresentarle classificare e ordinare in base a determinate proprietà; utilizzare lettere e formule per generalizzare o per astrarre; riconoscere, utilizzare semplici funzioni e rappresentarle; utilizzare variabili, funzioni, equazioni per risolvere problemi.

I dati e le previsioni

In situazioni varie, relative alla vita di tutti i giorni e agli altri ambiti disciplinari: organizzare una ricerca; reperire, organizzare e rappresentare dati; effettuare valutazioni di probabilità di eventi; risolvere semplici situazioni problematiche che riguardano eventi; sviluppare e valutare inferenze, previsioni ed argomentazioni basate su dati.

Argomentare e congetturare

In contesti diversi, sperimentali, linguistici e matematici: osservare, individuare e descrivere regolarità; produrre congetture, testarle; validare le congetture prodotte; riconoscere proprietà che caratterizzano oggetti matematici e l'importanza delle definizioni che le descrivono; giustificare affermazioni con semplici concatenazioni di proposizioni.

Misurare

In contesti interni ed esterni alla matematica, con particolare riferimento alle scienze sperimentali: misurare grandezze leggere, scrivere e rappresentare misure stimare misure risolvere problemi e modellizzare fatti e fenomeni partendo da dati di misura.

Risolvere e porsi problemi

In diversi contesti sperimentali, linguistici e matematici, in situazioni varie, relative a campi di esperienza scolastici e non: riconoscere e rappresentare situazioni problematiche impostare, discutere e comunicare strategie di risoluzione risolvere problemi posti da altri porsi e risolvere problemi.

Indicazioni didattiche

Nella scuola primaria e secondaria di primo grado la costruzione di competenze matematiche va perseguita in contesti culturalmente ricchi e motivanti, che permettano agli allievi esperienze cognitive significative e consonanti con quelle condotte in altri ambiti: scientifici, linguistici, motori, figurativi, ecc.

All'inizio della scuola primaria il bambino ha già fatto una serie di esperienze di carattere matematico – nella scuola dell'infanzia, in contesti di gioco e di vita familiare e sociale – e ha già consolidato alcune fondamentali competenze logico-matematiche. Più precisamente, verso i sei anni egli ha maturato esperienze significative relativamente alle seguenti competenze: contare oggetti e valutarne la quantità sul piano concreto; eseguire semplici operazioni sempre sul piano concreto; confrontare, ordinare, classificare, porre in relazione oggetti in rapporto a diverse proprietà (estensione, lunghezza, altezza, forma, colore,…), ricorrendo a modi più o meno sistematici; usare simboli; risolvere semplici problemi tratti dalla vita quotidiana e di interesse immediato; orientarsi nello spazio (sopra/sotto, avanti/indietro,…) e nel tempo (prima/dopo); localizzare persone e oggetti nello spazio; rappresentare percorsi ed eseguirli anche dietro semplici indicazioni verbali. Infine, il bambino comincia a formulare semplici ipotesi in ordine a fatti di vita quotidiana.

Occorre comunque avere ben presente che il percorso per il raggiungimento dei concetti matematici e della loro formalizzazione non è lineare, ma passa necessariamente per momenti cruciali che costituiscono salti cognitivi in quanto affrontano concetti che possono costituire ostacoli per l'apprendimento o essere fonte di fraintendimenti e misconcetti. Un tipico esempio è l'introduzione dei decimali o delle frazioni. Ad esempio, nell'introdurre le moltiplicazioni con i numeri decimali gli allievi si scontrano con l'ostacolo, indotto dal modello dei naturali, che non sempre il prodotto fra due numeri decimali è maggiore dei due fattori. Analogamente, nel confronto fra numeri decimali, è bene evidenziare, per esempio, che 0,45 è minore di 0,6 (e non viceversa come alcuni allievi credono basandosi sul fatto che 6 è minore di 45). Anche per le frazioni il modello dei naturali può essere fonte di ostacoli; occorrono interventi didattici opportuni per superarli. Ad esempio, si sconsiglia di introdurre la procedura di addizione di due numeri razionali rappresentati sotto forma di frazione che fa uso della scomposizione in fattori dei denominatori: è invece opportuno insistere sul concetto di frazioni equivalenti, e far notare che, per addizionare due numeri razionali rappresentati sotto forma di frazioni, è sufficiente trasformare le due frazioni date in frazioni equivalenti, aventi lo stesso denominatore.

In tutti questi casi, è comunque fondamentale l'attivazione di esplorazioni cognitivamente ricche in contesti significativi per l'allievo, in sinergia con esperienze parallele condotte nei vari ambiti disciplinari; in tali attività sarà essenziale la mediazione del linguaggio naturale, sia parlato che scritto. La trasposizione didattica della matematica va effettuata dall'insegnante nel concreto della sua classe, tenendo conto che la matematica deve essere strutturata opportunamente in *campi di problemi*, che hanno uno statuto sia epistemologico sia cognitivo. Ad esempio, i problemi moltiplicativi, da un lato fanno riferimento a un complesso di situazioni concrete in cui gli allievi compiono esperienze cognitive varie; dall'altro, corrispondono a concetti matematicamente rilevanti che gli allievi costruiscono imparando a sintetizzare quanto esperito col linguaggio aritmetico. Gli aspetti ludici possono parimenti favorire situazioni di apprendimento significative per gli allievi e contribuire all'immagine di una matematica dal volto umano. L'esperienza e la verbalizzazione col linguaggio naturale dovranno necessariamente precedere la formalizzazione e la riflessione sui sistemi di notazione simbolica propri della matematica. Per esempio, prima di imparare a formalizzare una strategia risolutiva per mezzo dei segni dell'aritmetica, i bambini dovranno esplorare e operare in contesti in cui attuare attività di quantificazione, utilizzando strumenti e sistemi di rappresentazione che sono caratteristici del campo stesso (il calendario lineare per risolvere problemi legati al tempo; monete o loro rappresentazioni per risolvere problemi di compravendita di beni, …). Analogamente, per le conoscenze legate allo spazio e alle figure sarà essenziale l'esplorazione dinamica in contesti vari, supportata eventualmente da opportuni software di geometria dinamica, e l'uso del linguaggio naturale su cui fondare la transizione dalle esperienze alle notazioni matematiche. In alcuni contesti, l'introduzione del linguaggio simbolico potrà anche precedere l'attività di verbalizzazione, purché essa sia funzionale alla possibilità di provocare negli alunni processi interpretativi fruttuosi in relazione alle problematiche del contesto. In entrambi i casi l'acquisizione di un linguaggio rigoroso deve essere un obiettivo da conquistare nel lungo periodo col supporto dell'insegnante, a partire dalle concrete produzione verbali degli allievi, messe a confronto e opportunamente discusse nella classe. E' quindi necessario che l'insegnante progetti e realizzi ambienti di apprendimento adeguati: in tali ambienti saranno privilegiate l'attività di soluzione e di costruzione di problemi, nonché quella di matematizzazione e di modellizzazione. A questo proposito è opportuno distinguere tra esercizi, problemi, situazioni da modellizzare. I primi richiedono solo l'applicazione di regole e procedure note e codificate; nei problemi la scelta delle strategie risolutive è lasciata al solutore ed esige un pizzico di fantasia e di inventiva; nella situazione da modellizzare non è nemmeno esplicitata la formulazione delle domande per le quali si intenderebbe cercare una risposta (si parla in questo caso anche di problema aperto). La distinzione è naturalmente relativa al bagaglio di conoscenze degli allievi: ciò che è problema a una data età può diventare esercizio in età successiva. Proporre problemi e situazioni da modellizzare è un'attività indispensabile fin dai primi anni di scolarità; naturalmente si dovranno alternare momenti di posizione e di risoluzione di problemi con fasi di sistemazione e consolidamento delle conoscenze, dove anche gli esercizi hanno un ruolo importante per l'acquisizione e il consolidamento dei principali automatismi di calcolo e di ragionamento. E' comunque cruciale che l'insegnante utilizzi problemi e situazioni da modellizzare al fine di mobilitare le risorse intellettuali degli allievi, anche al di fuori delle competenze strettamente matematiche, contribuendo in tal modo alla loro formazione generale. Grande importanza come mediatori nei processi di acquisizione di conoscenza e nel supporto alla comprensione del nesso tra idee matematiche e cultura, assumono i contesti ludici e gli strumenti, dai più semplici, come i materiali manipolabili (ad es., il compasso o il righello), fino agli strumenti tecnologici più complessi (tipicamente il computer o le calcolatrici numeriche e simboliche, ma anche le 'macchine', nel senso più ampio del termine, dagli orologi al distributore di bibite, ecc.). Varie ricerche suggeriscono l'importanza di software che, nella loro interfaccia, rendono disponibili oggetti computazionali con i quali l'alunno può interagire per esplorare un dominio di conoscenza matematico o la matematica che caratterizza un campo di conoscenza extramatematico. Il conseguimento delle competenze e conoscenze sopra elencate richiede tempo e partecipazione attiva degli allievi al progetto formativo. I ritmi dell'azione di insegnamento-apprendimento devono essere adeguati alle reali esigenze degli allievi e non possono essere dettati da progetti didattici caratterizzati da un'eccessiva segmentazione dei contenuti o da moduli che presuppongano improbabili percorsi quasi indipendenti fra loro. In altri termini, la progettazione dell'insegnante va condotta secondo una logica di una didattica lunga, attenta a garantire agli allievi possibilità di costruzioni di significato per gli oggetti di insegnamento-apprendimento.

Contesti di apprendimento

La progettazione dell'insegnante va condotta secondo la logica di una didattica lunga, attenta a garantire agli allievi possibilità di costruzioni di significato per gli oggetti di insegnamento-apprendimento. Una cura particolare va quindi posta alla scelta dei contesti in cui situare l’attività di esplorazione, di costruzione e di soluzione di problemi, di produzione di congetture ecc. La ricerca didattica in Italia e all’estero ha identificato e analizzato potenzialità e limiti di alcuni contesti (o campi di esperienza) presi da settori esterni alla matematica in cui esercitare l’attività di matematizzazione e di modellizzazione (relativi, ad esempio, a fenomeni naturali o sociali o a prodotti della tecnologia) o da settori interni alla disciplina (relativi, ad esempio, ai numeri o alle figure). E’ opportuno che il curricolo contenga casi dei vari tipi con rimandi espliciti, per sottolineare in modo dialettico la doppia natura dei concetti e dei processi tipici della matematica, come strumenti di modellizzazione e come oggetti di riflessione. Vi sono contesti che fanno riferimento ad esperienze extrascolastiche già fortemente matematizzate nella vita di tutti i giorni. Tra questi possiamo citare: gli scambi economici: attività imitative legate al banco della compravendita e attività reali di esplorazione di un supermercato finalizzate alla realizzazione di un certo progetto (ad esempio la festa della scuola), con competenze relative all’uso del sistema monetario, al confronto di prezzi, pesi e ingredienti di prodotti e all’interpretazione di testi di uso comune (le campagne pubblicitarie, gli scontrini); la temporalità esterna: riconoscimento dei periodi della giornata, dei giorni della settimana, dei mesi, delle stagioni e l’uso consapevole di strumenti di misura del tempo quali orologi e calendari; la rappresentazione dello spazio: mappe, disegni che creano illusioni, schemi di collegamento; le ricette di cucina: esecuzione guidata e quantificazione degli ingredienti necessari alla realizzazione, con competenze legate alla misura (pesi, volumi) e alla risoluzione di problemi di proporzionalità; i giochi tradizionali (gioco dell’oca, settimana o campana, girotondi,…) con competenze relative ai numeri e allo spazio. le ‘macchine’: ingranaggi, meccanismi, arnesi del bricolage, e oggetti dinamici della vita di tutti i giorni, che includono anche un controllo digitale, con competenze relative all’ordine in cui si verificano certi eventi (es. il distributore di bevande; il lettore dei biglietti dell’autobus), alla forma, collegata alla funzione (es. la bilancia a due piatti, le pinze, il cavatappi, il frullatore a mano, la centrifuga scola-insalata, la bicicletta), a relazioni tra numeri (i numeri di giri nel cambio della bicicletta, le composizioni di pesi nella bilancia a due piatti). In questi casi la modellizzazione matematica svolta a scuola si pone in continuità con l’esperienza extrascolastica. L’insegnante guida la transizione da pratiche quotidiane che si svolgono prevalentemente per imitazione e con il ricorso (al più) ad una verbalizzazione orale (come, ad esempio, nel caso degli scambi economici) a pratiche di rappresentazione scritta che consentano la soluzione di problemi anche solo evocati e lo sviluppo di modi di soluzione (es. calcolo algebrico). In altri casi, invece, le attività in contesti esterni alla matematica conducono a modellizzazioni che si oppongono a concezioni diffuse. Possiamo citare ad esempio i contesti relativi a: le ombre solari, fino alla modellizzazione dell’ombra come sezione di un ‘cilindro’ d’ombra costituito da raggi paralleli: le ombre dei corpi umani non conservano le proporzioni; la genetica, fino allo studio dei caratteri ereditari; le estrazioni nel lotto o altre lotterie. Ad esempio, per i caratteri ereditari si ottengono risultati che vanno contro certe visioni fatalistiche delle malattie genetiche; per le lotterie si sfidano i preconcetti relativi ai ritardi nelle estrazioni. In questi casi, il ruolo dell'insegnante è molto più delicato in quanto deve essere portatore di un atteggiamento positivo nei confronti della scienza e della razionalità. Vi sono infine contesti interni alla matematica, che, per la scuola primaria e secondaria I grado, comprendono i numeri e le operazioni, le figure e le loro trasformazioni, il piano cartesiano, i micromondi dei software di geometria dinamica. Anche se l'approccio è inizialmente sviluppato a partire da una molteplicità di esperienze e problemi extramatematici, molto presto, già dalla prima classe, gli oggetti introdotti (numeri, operazioni, figure, trasformazioni, ecc.) divengono essi stessi oggetto di riflessione e di studio. Ad esempio, si può riflettere sulla scrittura dei numeri adottata nella vita quotidiana, ricostruendo le regole della notazione posizionale; si possono cercare numeri o costruire figure che soddisfano a condizioni date. Sarà utile, nei vari contesti (e soprattutto in quelli interni alla matematica, dove è particolarmente importante recuperare il significato della disciplina) introdurre gradualmente la dimensione storica.

La discussione matematica in classe

Una discussione matematica è una polifonia di voci articolate su un oggetto matematico (concetto, problema, procedura, ecc.), che costituisce un motivo dell'attività di insegnamento-apprendimento. La metafora usata per descrivere la discussione matematica ha lo scopo di sottolineare alcuni aspetti importanti di questa attività: Esiste un tema che ne definisce l'obiettivo Esiste l'interazione tra voci (polifonia) Esiste un riferimento esplicito all'attività di insegnamento/apprendimento (processo di lungo termine) Si richiede la presenza di voci diverse tra cui, essenziale, quella dell'insegnante Si valorizza la presenza di voci imitanti (diversi tipi di imitazione nel contrappunto) Si prescinde dall'esistenza fisica di una comunità di parlanti (discussione con un interlocutore non fisicamente presente, ma rappresentato da un testo scritto). La discussione matematica dell'intera classe orchestrata dall'insegnante garantisce, con la presenza di quest'ultima, la possibilità dell'articolazione di voci diverse da quelle degli allievi. L'insegnante ha un ruolo di guida nel senso che: Inserisce una particolare discussione nel flusso dell'attività della classe Influenza la discussione in modo determinante, inserendosi con interventi mirati nel suo sviluppo. Si possono individuare per la scuola primaria e secondaria I grado tre grandi tipologie di discussione (con sottotipi):

A. *Discussione di un problema*, vista come parte dell'attività complessiva di problem solving, nei due aspetti di:

A1. *Discussione di soluzione*, intesa come quel processo di tutta la classe che risolve un problema dato a parole con l'eventuale supporto di immagini o oggetti.

A2. *Discussione di bilancio*, intesa come il processo di informazione, analisi e valutazione delle soluzioni individuali proposte ad un problema dato a parole, con l'eventuale supporto di oggetti o immagini, o nel corso di una discussione orchestrata dall'insegnante.

B. *Discussione di concettualizzazione*, intesa come il processo di costruzione attraverso il linguaggio e collegamenti tra esperienze già vissute e termini particolari della matematica. Essa può essere introdotta da domande dirette (che cosa è un numero, che cos'è un grafico) o indirette (perché molti di voi hanno descritto questo problema come un problema di disegno geometrico?).

C. *Meta-discussione*, intesa come momento della definizione dei valori e degli atteggiamenti nei confronti del sapere matematico. Essa può essere introdotta da domande del tipo: 'come nascono le figure?', 'perché è importante generalizzare in matematica?'. In una prima approssimazione, possiamo riconoscere la discussione matematica nella parte verbale dell'attività di insegnamento/apprendimento nelle lezioni di matematica, così come questa può essere riprodotta da un registratore. E' ovvio che questa parte verbale non esaurisce l'attività in quanto non tiene conto degli aspetti gestuali, grafici, ecc., tuttavia ci offre una prospettiva rilevante sui processi che si svolgono nella classe, per la tradizionale importanza che il linguaggio riveste nell'ambiente scolastico. Dopo aver svolto in classe la discussione, con il registratore e l'annotazione diretta di particolari significativi non ricostruibili dalla sola voce, si affronta il lavoro della sbobinatura. Solo sul protocollo trascritto sarà possibile compiere gli andirivieni che consentono l'analisi accurata della discussione. L'insegnante ricostruisce il legame tra la particolare discussione e i motivi dell'attività; ricostruisce la costellazione di intenzioni che ritiene aver guidato i suoi interventi; suddivide la discussione in episodi; analizza la rete di connessioni tra gli episodi; analizza la corrispondenza tra le intenzioni, le strategie messe in opera e il processo di interazione con riferimento al ruolo dell'insegnante; analizza poi il percorso di ogni singolo allievo nella discussione, cercando gli indicatori dell'appropriazione dei motivi individuati. La lettura critica con interpretazione, di voci esterne alla classe, come ad esempio le fonti storiche, non deve avere caratteristiche monologiche, che potrebbero generare al più adesioni passive, ma è necessario che il testo sia interpretabile e interpretato, con riferimento all'esperienza già svolta dagli allievi. Volutamente, in questo scritto, non sono citate particolari e possibili tipi di discussione, ad esempio non si parla di dimostrazioni. I motivi possono essere vari: la nostra scelta si è orientata sulla scuola primaria e secondaria di primo grado; la trattazione della dimostrazione in discussione è molto delicata, per le differenze tra argomentare e dimostrare, tra efficacia e rigore. Per tali motivi, il problema rimane quindi aperto.

La valutazione in matematica

La varietà degli apprendimenti e delle prestazioni in campo matematico (dall'esecuzione di procedure standard, alla risoluzione di problemi aperti, alla riflessione sui concetti e sulle procedure apprese) e le diverse finalità della valutazione richiedono strumenti valutativi e metodologie molto differenziate. In particolare, occorrerà considerare:

- strumenti e metodi che servono ad individuare le potenzialità e le difficoltà degli allievi al fine di suggerire loro cambiamenti nel modo di studiare, orientare meglio il loro lavoro, offrire loro nuove opportunità di apprendimento anche attraverso modifiche nella programmazione didattica prevista;

• strumenti e metodi che servono ad accertare conoscenze ed abilità possedute dagli allievi al termine di un dato percorso formativo o di un ciclo di studi (anche ai fini della certificazione).

Nel primo caso è opportuno utilizzare strumenti e metodologie che permettono di individuare difficoltà, progressi e risorse degli allievi e anche loro attese ed opinioni riguardanti le prestazioni richieste; quindi è bene raccogliere elementi significativi del loro percorso individuale (elaborati in forma 'grezza', registrazioni di interazioni con l'insegnante e con i compagni prima, durante e dopo la risoluzione di problemi impegnativi, ecc.). Affinché tale documentazione consenta all'insegnante una adeguata ricostruzione del processo individuale e la eventuale messa a punto di strategie di rinforzo e di recupero, gli allievi devono essere sollecitati, fino dall'inizio, ad esplicitare i loro tentativi e i processi di soluzione dei problemi. Ciò richiede che in classe si stabilisca un clima favorevole alla ricerca delle cause degli errori e al confronto dei ragionamenti seguiti, evitando di penalizzare i tentativi di risoluzione non andati a buon fine quando sono ben esplicitati.

Nel secondo caso a scadenze fissate, ma comunque frequenti, potranno essere utilizzati (in relazione all'oggetto dell'accertamento):

• esercizi di tipo esecutivo ('calcola...') e test a risposta multipla, particolarmente adatti per controllare la padronanza di procedure e la memorizzazione di nozioni importanti (formule, definizioni, ecc.);

• problemi aperti, necessari per accertare la capacità di risolvere problemi e la padronanza operativa delle conoscenze e delle abilità necessarie;

• relazioni scritte e orali, utili per accertare se gli allievi sono in grado di esplicitare quanto hanno appreso a livello operativo e di riflettere sulle procedure che utilizzano.

'Incrociando' i risultati delle prove periodiche di accertamento degli apprendimenti realizzati con le informazioni raccolte nel corso delle attività svolte sarà possibile individuare interventi utili per superare talune cause di insuccesso e per utilizzare al meglio le risorse degli allievi ai fini dello sviluppo delle loro capacità di far fronte con successo ai compiti proposti.

Nell'impostare un programma di accertamento delle competenze raggiunte dagli allievi e di conoscenza delle loro difficoltà e delle loro risorse occorre vigilare su alcuni rischi insiti nei processi valutativi:

• distorsioni del percorso formativo che possono derivare dalle scelte su 'cosa valutare' effettuate nella predisposizione delle prove valutative. Spesso le competenze più facili da accertare in campo matematico non sono le più importanti; d'altra parte spesso succede che le competenze che sono oggetto di accertamento diventino le più importanti per insegnanti e allievi.

• sopravvalutazione del valore predittivo delle prove valutative, soprattutto quando non accompagnate da una analisi attenta del percorso formativo degli allievi. Sia nel caso di successo che (e ancora di più) nel caso di insuccesso la qualità della prestazione degli allievi in matematica può dipendere da fattori difficilmente controllabili (attese deviate rispetto all'obiettivo che l'insegnante si prefigge, evocazione di situazioni solo superficialmente simili, condizioni di ansia, ecc.)

GLOSSARIO MINIMO

a cura del Gruppo di ricerca

L'idea di un glossario minimo si è sviluppata a partire dal fatto che per alcuni nuclei mancava una solida prassi didattica (in particolare per 'Dati e previsioni') e che il lessico utilizzato poteva suscitare qualche problema di interpretazione negli insegnanti. Dalla discussione nel gruppo è emerso che l'individuazione e la definizione di alcune parole poteva costituire un supporto interpretativo per i docenti, senza alcuna intenzione di volere 'insegnare a chi ha già le idee chiare'.

Non viene eseguito l'ordine alfabetico, ma un'aggregazione per ambiti operativi:

Carattere qualitativo: un carattere che non assume valori numerici ma ammette *gradi* o *attributi* distinti.

Carattere quantitativo: un carattere si dice quantitativo se assume valori numerici. Si distinguono:

- i caratteri *discreti* che riguardano un'operazione di conteggio, pertanto le loro determinazioni appartengono all'insieme dei numeri naturali;
- i caratteri c*ontinui* che riguardano la misurazione di una grandezza e possono assumere tutti i valori reali compresi entro un dato intervallo.

Distribuzione di frequenza: è il primo passo dell'elaborazione statistica e si costruisce raggruppando in classi le n unità statistiche secondo k modi (dette modalità) del carattere osservato. L'i-ma classe è individuata dal numero n_i di unità statistiche che ad essa appartengono. Tale numero è detto *frequenza assoluta*, se invece alla classe i-ma è associato il numero delle unità statistiche ad essa afferenti divisa per il numero totale delle unità si parla di *frequenza relativa*.

Misure di variabilità: la variabilità di un carattere quantitativo può essere vista come la sua attitudine ad assumere valori differenti nelle diverse unità statistiche. Gli indicatori che descrivono la variabilità devono possedere le seguenti caratteristiche:

- annullarsi quando, e solo quando, tutte le unità osservate presentano il medesimo stato di grandezza del carattere,
- crescere all'aumentare della variabilità.

Le misure di variabilità più comunemente utilizzate sono:

- *scostamento quadratico medio* (detto *scarto quadratico medio* o *deviazione standard* quando lo scostamento è calcolato dalla media aritmetica): radice quadrata della media aritmetica del quadrato degli scarti da un certo valore medio;
- *varianza*: quadrato dello scarto quadratico medio.

Popolazione statistica: insieme di elementi che costituiscono il potenziale riferimento di un'indagine.

Unità statistica: elemento della popolazione statistica e che rappresenta l'oggetto (soggetto) sul quale viene rilevato il carattere (i caratteri) oggetto d'interesse.

Valori medi: strumenti di sintesi dell'ordine di grandezza del carattere nell'insieme delle unità osservate. Si distinguono:

- *medie analitiche* calcolate con operazioni algebriche*:*
  - la *media aritmetica* è data dal rapporto dell'ammontare complessivo del carattere (eventualmente pesato con le frequenze di ciascuna modalità) diviso il numero delle unità;
- medie *di posizione* calcolate in base alla posizione o frequenza di particolari modalità*:*
  - la *mediana* è il valore che occupa il *posto centrale* della successione *ordinata* delle *n* osservazioni individuali,
  - la *moda* è la modalità che nell'insieme delle osservazioni si presenta con la frequenza più elevata.

Definizione

È una proposizione che introduce e descrive un ente matematico, sulla base di termini aventi un significato già noto.

Congettura

È una proposizione che viene enunciata esaminando una situazione problematica ed identificando alcune regolarità e le condizioni che assicurano il verificarsi di tali regolarità; devono poi essere valutati criticamente gli argomenti che assicurano la plausibilità della congettura prodotta.

Argomentazione

È l'influenza, esercitata mediante il discorso ovvero altri mezzi espressivi, nei diversi generi di registro rappresentativo, sull'adesione di un uditorio a determinate tesi.

È un discorso 'logicamente' strutturato (non solo in modo deduttivo: nel tessuto argomentativo possono in particolare intervenire analogie, metafore, ecc.). Ci sono discorsi che non sono 'argomentativi' (ad esempio, pure narrazioni; o pure descrizioni). Affinché si tratti di 'argomentazione' occorre che ci sia un oggetto su cui argomentare (una 'tesi' da sostenere o rifiutare, una 'ipotesi' da validare, una 'scelta' di cui analizzare i pro e i contro, ecc.) e occorre che l'argomentazione sia condotta con un discorso

L'argomentazione si basa sull'uso di 'argomenti' di varia natura (dati empirici, conoscenze derivanti dalla cultura in cui siamo immersi, principi, ecc.). Alcuni 'argomenti' possono restare impliciti (non essere cioè esplicitati nel testo argomentativo). Altri 'argomenti' possono avere uno 'statuto epistemico' diverso nel tempo o tra gruppi sociali diversi (in particolare, 'argomenti' accettati come validi e indiscutibili in una certa epoca o in una certa comunità possono non esserlo in epoche successive o in altre comunità).

Dimostrazione

È un processo mediante il quale si prova che alcune premesse, denominate ipotesi e fornite da chi ha costruito il sistema assiomatico all'interno del quale la dimostrazione viene effettuata, hanno come necessaria conseguenza una tesi, ultima espressione di una successione di deduzioni.

Teorema

Un tratto caratteristico della matematica è certamente il suo essere un sapere teorico, ovvero organizzato in teorie. Idee astratte e generali sono organizzate in modo sistematico: a partire da un dato insieme di principi nuove conoscenze si aggiungono e si coordinano attraverso catene deduttive che esplicitano legami di dipendenza logica tra nuovi enunciati e i dati principi. Queste catene deduttive sono di solito dette 'dimostrazioni', e assumono senso solo in riferimento ai principi stabiliti e alle regole deduttive che si intende accettare. Un teorema costituisce un'unità significativa di questa organizzazione teorica ed è individuato da un enunciato, da una dimostrazione di tale enunciato e naturalmente dalla teoria all'interno della quale la dimostrazione ha senso. Nella pratica, si è soliti identificare un teorema con il suo enunciato, ma si tratta di un abuso, giustificato dal fatto che di solito è ben nota l'esistenza di una teoria e di una dimostrazione. Questo abuso non crea di solito confusione o difficoltà tra esperti, ma altrettanto non può dirsi per i principianti. In particolare, quando si intende introdurre gli allievi al pensiero teorico sembra difficile ottenere lo scopo senza render conto della complessità dei rapporti esistenti tra un enunciato, una sua dimostrazione e la teoria che fornisce il quadro di riferimento, ovvero trascurando l'uno o l'altro dei tre gli elementi in gioco.

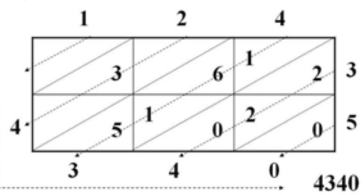
Algoritmo

Il termine, riconducibile al tiponimo di Abu 'Abdallah Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (780?-850?), matematico originario di Khwarizm, a est del Mar Caspio (Uzbekistan), indica un insieme finito di istruzioni da seguire passo per passo meccanicamente per ottenere alcuni risultati desiderati. Spesso lo si identifica con 'processo per eseguire una operazione' non necessariamente matematica.

Moltiplicazione a gelosia o araba

Si tratta di un metodo pratico per l'esecuzioni di moltiplicazioni di numeri naturali, diffuso in molte tradizioni matematiche (Arabi, Cinesi, Indiani e nell'Europa medievale): il moltiplicando e il moltiplicatore sono scritti ai lati di una tabella rettangolare, all'interno della quale sono disposti i prodotti parziali. Il risultato si ottiene sommando diagonalmente quanto scritto nelle caselle, cominciando da destra, considerando eventuali riporti, e viene letto sui due lati della tabella in cui non sono scritti i fattori.

Ad esempio: 124×35 = 4340.



Divisione canadese

Impostazione della divisione tra numeri naturali come sottrazione ripetuta, didatticamente diffusa soprattutto nei paesi anglosassoni. Essa consente di individuare il quoziente come numero delle possibili sottrazioni del divisore dal dividendo, nonché il resto.

Ad esempio:

per eseguire 51: 12 si sottrae ripetutamente 12 da 51:

51–12 = 39; 39–12 = 27; 27–12 = 15; 15–12 = 3

(sottrazione 1) (sottrazione 2) (sottrazione 3) (sottrazione 4)
Essendo possibile fare ciò per 4 volte, il quoziente è 4; ciò che rimane quando non è più possibile eseguire ulteriori sottrazioni (in questo caso 3) è il resto della divisione.

Ordine di grandezza

L'ordine di grandezza in base 10 di un numero positivo N è il numero intero k (positivo, negativo o zero), tale che:

$$10^k < N < 10^{k+1}$$

Se il numero è intero, l'ordine di grandezza dipende in modo semplicissimo dal numero di cifre occorrenti per scrivere tale numero in base 10. Per esempio, i numeri interi che hanno ordine di grandezza 3 sono quelli che vanno da 1000 a 9999, ossia quelli che si scrivono con 4 cifre.
Allo stesso modo si vede che i numeri interi che hanno ordine di grandezza 4 sono quelli che si scrivono con 5 cifre; in generale si osserva che
L'ordine di grandezza di un numero intero è uguale a un'unità in meno del numero delle cifre occorrenti per scrivere quel numero in base 10.
Per esempio:

o.g.(5752) = 3 o.g.(973) = 2 o.g.(5) = 0

La regola si estende facilmente a numeri non interi; conviene separare il caso dei numeri superiori o uguali a 1 dal caso dei numeri compresi fra 0 e 1:
a) L'ordine di grandezza di un numero maggiore o uguale di 1 è una unità in meno del numero delle cifre che precedono la virgola.
Per esempio:

o.g.(5752,06) = 3 o.g.(973,005) = 2 o.g.(5,6) = 0

b) L'ordine di grandezza è negativo per i numeri compresi fra 0 e 1, cioè per quei numeri la cui scrittura decimale è del tipo 'zero virgola...'. Precisamente, l'ordine di grandezza del numero considerato è -h, se la prima cifra diversa da zero dopo la virgola è al h-esimo posto.
Per esempio

o.g.(0,00566) = -3 o.g.(0,4) = -1.

Infatti, 0,00566 = 5,66/1000, quindi 1/1000 < 0,00566 < 1/100 cioè 10^{-3} < 0,00566 < 10^{-2} e quindi o.g.(0,00566) = -3. Analogamente si ragiona per 0,4, che è compreso fra 10^{-1} e 1; ricordiamo che 1 è il valore di 10^0.
Osserviamo che non è definito l'ordine di grandezza di 0.
L'ordine di grandezza di un numero negativo è quello del suo opposto; ci si riconduce in questo modo a quanto detto sopra. Per esempio

o.g.(-497) = o.g.(497) = 2.

Segnaliamo che alcuni testi adottano una definizione leggermente diversa di 'ordine di grandezza', dipendente anche dal valore della prima cifra significativa; quella che abbiamo riportato è comunque la definizione più semplice e più largamente diffusa.

Frazioni decimali

Si chiama Frazione decimale ogni frazione equivalente a una frazione il cui denominatore è una potenza di 10.

Spiegazione ed esempi

In base alla definizione sono frazioni decimali, per esempio, 7/100, 13/10, 8/1000; ma anche 7/20, 8/5, 1/2, 24/30 sono da considerare frazioni decimali, essendo equivalenti rispettivamente a 28/100, 16/10, 5/10, 8/10.

Questo modo di definire le frazioni decimali è opportuno perchè così l'attributo 'essere una frazione decimale' è proprio del numero rappresentato da una determinata frazione, e non dalla sua rappresentazione. Se avessimo chiamato 'frazioni decimali' soltanto quelle aventi al denominatore una potenza di 10, ne sarebbe seguito che 5/10, 50/100 sono frazioni decimali, mentre 1/2, 3/6 non lo sono; questo non sarebbe ragionevole, poiché tutte quattro rappresentano lo stesso numero, cioè 0,5. Le frazioni decimali sono le sole frazioni che rappresentano numeri esprimibili con un numero decimale finito.

Per esempio 8/5 = 16/10 = 1,6.

Invece una frazione non decimale dà luogo ad un numero decimale periodico; per esempio 17/12 = 1,41666... (6 periodico).

Numero decimale

Si usa la locuzione 'numero decimale' per significare, più precisamente, 'scrittura in forma decimale di un numero', ossia, rappresentazione di un numero mediante la scrittura posizionale in base 10.

La locuzione 'numero decimale' viene usata prevalentemente per la scrittura in forma decimale di un numero non intero, a volte in esplicita contrapposizione con 'numero intero': 3 è un numero intero, e 'invece' 3,7 è un numero decimale; in realtà entrambi sono numeri decimali, nel senso su indicato; sarebbe meglio dire '3,5 è un numero decimale non intero'.

In ambito scolastico in effetti la trattazione dell'argomento 'numeri decimali' consiste nel condurre gli allievi ad interpretare ed applicare correttamente i 'numeri decimali' intesi come 'numeri con la virgola', ad esempio passando dalla rappresentazione sotto forma di frazione a quella decimale e viceversa.

Va tuttavia ribadito che si tratta di rappresentazioni diverse dello stesso concetto, e non di concetti diversi: 1,5 e 3/2 sono, ovviamente, lo stesso numero, benché rappresentato in due modi differenti.

Percentuale

Se a è un numero reale positivo, il quoziente $a/100$, indicato di solito con a%, si legge «a per cento» ed è chiamato *percentuale* (o *percento*).

Analogamente il quoziente $a/1000$, solitamente indicato con a‰, si legge «a per mille» ed è chiamato *permille*.

Proporzione

È l'uguaglianza tra due rapporti. Se A, B e C, D sono due coppie di grandezze omogenee, allora una *proporzione* può essere: A/B = C/D, scritta anche A:B = C:D

Esempio:

5 km/10 km = 33 €/66 €

Caso particolare: se le grandezze sono numeri reali strettamente positivi a, b, c, d, una proporzione possibile è: $a/b = c/d$ che può anche essere scritta $a:b = c:d$.

I termini A e D (o *a* e *d*) sono detti *estremi*, i termini C e D (o *c* e *d*) sono detti *medi*. Ciascuno può controllare la cosiddetta *legge delle proporzioni*: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi.

Chi ha un po' di dimestichezza con il calcolo letterale può anche verificare la cosiddetta *legge del comporre e dello scomporre*: se $a/b = c/d$, allora vale anche $(a+b)/b = (c+d)/d$ e $(a–b)/b = (c–d)/d$. In quest'ultimo caso, è opportuno scegliere $a \geq b$.

Rapporto

Date due grandezze omogenee (cioè dello stesso tipo; per esempio due lunghezze, due masse ecc.) B e A = $r \cdot$B (con r numero reale strettamente positivo), il numero r si dice *rapporto* fra la grandezza A e la grandezza B. Si può scrivere A/B.

Esempio: il rapporto tra le lunghezze 5 km e 10 km è 5 km/10 km = 5/10 = 0,5.

Caso particolare: se le grandezze sono numeri reali strettamente positivi a, b, il loro rapporto è il quoziente a/b o a:b.

Grandezza

La nozione di 'grandezza' viene formalizzata per la prima volta da Euclide nel Libro V degli Elementi, in un modo che in sostanza si è conservato fino ad oggi.

Si dicono 'grandezze' enti ripartiti in classi, ciascuna corrispondente alla medesima definizione generica (esempio: la classe dei segmenti; la classe degli angoli), fra i quali siano definite le seguenti azioni:

- confronto: stabilire se due grandezze della stessa classe sono uguali, ed in caso contrario, stabilire quale è maggiore e quale minore;
- addizione: assegnate due grandezze nella stessa classe, stabilire qual è la loro somma (ed anche, assegnate due grandezze disuguali, determinare la differenza della minore alla maggiore);
- rapporto: assegnate due grandezze nella stessa classe, stabilire il loro rapporto, che è un numero reale positivo, ed è 1 se e soltanto se le due grandezze sono uguali.

Fissata a piacere una grandezza U di una determinata classe, il rapporto di ciascuna grandezza di quella classe rispetto a U si chiama *misura* della grandezza considerata rispetto a U; U si chiama Unità di misura.

Le azioni descritte fra le grandezze corrispondono in modo 'speculare' a quelle sulla misure, qualunque sia l'unità scelta:

- due grandezze sono uguali o disuguali se tali sono le rispettive misure; nel caso della disuguaglianza, la grandezza maggiore ha misura maggiore;
- la misura della somma di due grandezze è la somma delle rispettive misure;
- il numero che esprime il rapporto di due grandezze è uguale al rapporto delle rispettive misure.

Confronto diretto ed indiretto di grandezze

Del confronto di grandezze si è detto sopra; ora si tratta di descrivere in termini operativi concreti come questo confronto si realizza nella pratica.

La realizzazione più spontanea di un confronto diretto di grandezze consiste in una giustapposizione delle due grandezze, quando ciò sia possibile. Per esempio, per confrontare due matite (relativamente alla lunghezza), basta appoggiarle su di un tavolo una accanto all'altra. In certi casi

questa pratica potrebbe essere impossibile; ad esempio, si voglia confrontare due matite appartenenti a scolari che abitano in città diverse. I due scolari potranno calcolare la misura delle loro matite rispetto ad una stessa unità (per esempio, centimetri) e comunicarsi per telefono i dati. Anche in questo caso si parla ancora di misura diretta, perchè l'intermediario (l'unità di misura ‘centimetro’ è ancora nella stessa classe, ossia è ancora una lunghezza.
Il confronto indiretto avviene invece quando interviene un intermediario esterno alla classe, oppure intervengono ragionamenti complessi.

Facciamo due esempi.
Confrontare due rettangoli (relativamente alla superficie) sovrapponendo ciascuno di essi ad uno stesso reticolo (per esempio, carta millimetrata) per contare quanti quadretti sono contenuti in ciascuno dei due rettangoli, è un confronto diretto (l'intermediario è ancora un'area); invece, misurare base ed altezza di ciascun rettangolo, calcolare il prodotto e confrontare i risultati è un confronto indiretto, perchè opera mediante altre grandezze (lunghezze) e richiede la mediazione di un teorema di geometria (formula per l'area di un rettangolo.
Un esempio significativo di confronto indiretto, o meglio, di misura indiretta, è lo stratagemma di Talete per misurare l'altezza di una piramide: egli misura il rapporto fra la lunghezza dell'ombra gettata dalla piramide e quella gettata da un bastone che può misurare; applicando la similitudine di due triangoli, conclude che il rapporto fra le due ombre è uguale al rapporto fra le altezze di piramide e bastone; misurando le ombre e la lunghezza del bastone, riesce a calcolare l'altezza della piramide. In questo caso le grandezze che intervengono sono sempre lunghezze, ma ancora una volta occorrono teoremi di geometria, questa volta a proposito di triangoli simili.

Relazione

Una *relazione* R da un insieme A verso un insieme B è determinata dalla terna di insiemi (A, B, G), nella quale G è un sottoinsieme del prodotto cartesiano AxB, detto *grafo* della relazione.
Si dice che l'elemento $a \in A$ *è in relazione* con l'elemento $b \in B$ se e solo se $(a,b) \in G$ e si scrive aRb.
Esempio: se D ={1, 2, 3} e P = {pari, dispari}, allora si può definire la relazione di parità R mediante il suo grafo G = {(1, dispari), (2, pari), (3, dispari)}.
Caso particolare: se A = B, la relazione R si dice *relazione in A* (o in B).
Esempio: in D = {1, 2, 3}, si può definire una relazione, detta di ordine stretto, mediante il grafo G = {(1, 2), (1, 3), (2, 3)}; in questo caso la scrittura (1, 2) può anche essere sostituita da quella più conosciuta $1< 2$, e così per le altre coppie di G.

Funzione

Una relazione da un insieme A verso un insieme B si chiama *funzione* (o *relazione funzionale*) se e solo se ogni elemento $x \in A$ è in relazione con al massimo un elemento y di B. Di solito l'elemento x si chiama *argomento della funzione* e *y immagine* di x. L'insieme A è chiamato *insieme di partenza*, l'insieme B *insieme di arrivo*.
Il sottoinsieme di A che contiene tutti gli argomenti di una funzione f si dice *insieme di definizione* della f e si può indicare col simbolo D_f. Il sottoinsieme di B che contiene tutte le immagini della funzione f si dice *insieme immagine* (o *delle immagini*) e si può indicare con Im_f.

Caso particolare: se A = B = R (R insieme dei numeri reali), la funzione f si dice *funzione reale*. Una funzione reale, quando è possibile, si indica mediante la formula algebrica $y = f(x)$, che esprime la dipendenza algebrica dell'immagine y dal suo argomento x.
Esempio: la funzione reale $y = 1/x$ ha gli insiemi di definizione e delle immagini uguali a $R \setminus \{0\}$.

Postfazione

UN 'PONTE' VERSO NUOVE INDICAZIONI NAZIONALI

Giancarlo Cerini, Nerino Arcangeli**

**Dirigenti Tecnici - Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna*

Scenari in movimento

La scuola italiana negli ultimi dieci anni è stata attraversata da un ampio dibattito su possibili nuovi assetti curricolari ed organizzativi, sia in relazione alla riconosciuta autonomia delle istituzioni scolastiche (1997), sia in previsione di riforme degli ordinamenti (2000 e 2003) che però hanno stentato a tradursi in effettivi e condivisi cambiamenti.

Sullo sfondo, scenari culturali ed esistenziali sempre più complessi (globalizzazione, nuove tecnologie, pervasività della comunicazione, stili di vita) hanno rimesso in discussione le stesse finalità del sistema educativo, il suo modo di operare, il 'senso' che insegnanti ed allievi possono ancora dare al loro incontrarsi quotidiano nelle aule scolastiche.

Contesti complessi e situazioni problematiche, di fronte ai quali non ci si può scoraggiare, in quanto si ritiene che solo la riflessione, la ricerca permanente, la valorizzazione del 'sapere' della scuola possono offrire una bussola di orientamento per le scelte da compiere per un futuro da riscrivere giorno dopo giorno.

In tutta Europa è ormai evidente che lo sviluppo ed il miglioramento delle pratiche educative non avvengono più attraverso le grandi ingegnerie di ordinamento o le grandi costruzioni curricolari, ma principalmente attraverso le iniziative delle scuole autonome, la responsabilità sociale delle comunità locali, le 'passioni' competenti di insegnanti e dirigenti.

Le vere riforme sono quelle che prendono piede nelle aule delle nostre scuole, che rispondono ad effettive esigenze di apprendimento e di crescita degli allievi, di 'benessere' e di motivazione per i docenti.

È in quest'ottica che è stato pensato e realizzato in Emilia-Romagna il progetto di ricerca congiunto USR-IRRE sulle innovazioni curricolari e pedagogiche, di cui si discute da qualche anno nella scuola italiana. Lo spunto è stato il dibattito innescato dai provvedimenti varati nel 2004 per il primo ciclo di istruzione (nuove indicazioni programmatiche e nuovi dispositivi pedagogici ed organizzativi), con la decisione di offrire alla scuola regionale un'opportunità di ricerca 'plurale', cioè senza la presunzione di fornire risposte definitive, pregiudizialmente ostili o favorevoli, ma aperta al libero confronto tra esperti, al dialogo con la scuola quotidiana, con attenzione ai movimenti reali (le associazioni professionali, i gruppi di ricerca, le reti di scuole).

Ci piace segnalare il metodo adottato e i primi frutti della ricerca su discipline e modelli organizzativi.

Le 'officine' del curricolo

Superata la stagione dei programmi nazionali ed il rischio del 'fai da te' di un'autonomia male intesa, è necessario costruire le coordinate condivise di un progetto culturale nazionale (gli indirizzi nazionali per il curricolo). Ma per farlo non ci si può affidare solo ad esperti o commissioni più o meno estese, più o meno rappresentative. Anche la migliore elaborazione resta 'lontana' e non 'incide' sulla scuola se non si adotta un processo molto aperto, corale, di ascolto e di elaborazione partecipata dal basso. Si decide di cambiare, se si capisce che il cambiamento scaturisce dalla comunità professionale di riferimento, se l'innovazione è percepita come il frutto riconosciuto del lavoro e delle fatiche di tanti.

Ci piace pensare agli oltre 200 ricercatori, dirigenti scolastici, universitari, ispettori, insegnanti, impegnati nei gruppi di lavoro in Emilia-Romagna, come alle maestranze di un'officina ove si forgiano i curricoli prossimi venturi. Un'officina capace (pur con tutti i limiti di risorse, tempo, disponibilità) di rappresentare una sorta di commissione 'decentrata' sul territorio, in grado di raccogliere le migliori intuizioni ed esperienze didattiche presenti nella realtà regionale, per dare voce alle competenze ed al sapere espresso dalle università e dalle scuole, al fine di tradurre tutto questo in materiali di lavoro per i 'costruttori di curricoli', che non risiedono solo a Roma, ma ormai – a buon diritto – in ogni scuola.

Lo scopo non è solo quello di rendere omaggio alla democrazia formale, di 'ascoltare' tanti, ma di 'approfittare' dell'occasione per coinvolgere un gran numero di operatori scolastici (ma anche di genitori e cittadini, come è avvenuto in Francia con il *Documento Thelot*) attorno al futuro progetto della scuola, partendo da un'analisi realistica dello 'stato dell'arte' e costruendo programmi e curricoli che siano effettivamente alla portata di studenti ed insegnanti: un po' più ambiziosi di ciò che già si fa normalmente a scuola, ma non troppo distanti dalle esperienze migliori, per dare il senso della praticabilità e sostenibilità delle nuove proposte.

Le prime indicazioni della ricerca

Dal lavoro dei gruppi, alcuni centrati sulla dimensione disciplinare (l'ambientazione dei saperi nelle pratiche didattiche), altri su dispositivi pedagogici (la coerenza tra scelte educative ed organizzative), scaturiscono preziose indicazioni per i futuri assetti della scuola di base.

Le scuole, alla luce del nuovo quadro normativo, si aspettano indirizzi curricolari che sappiano coniugare il protagonismo delle scuole autonome con le garanzie e le responsabilità nazionali. I documenti dovrebbero chiarire:

1) *quadri di competenze* (o profili di competenza) in forma di standard formativi in uscita da ogni insegnamento scolastico (sul modello del *framework* europeo per la lingua straniera), utili ai docenti, ai ragazzi, al sistema sociale, sia come regolazione, sia come base della certificazione;
2) *obiettivi (specifici) di apprendimento*, come indicazioni curricolari, più sobrie di quelle attuali, condivise dalla comunità scientifica, in dialogo con la scuola migliore, di carattere puramente orientativo, da utilizzare intelligentemente nella costruzione dei curricoli 'reali';
3) *livelli essenziali delle prestazioni* (LEP), in termini di funzionamento e di servizio culturale da garantire in tutte le scuole del territorio nazionale, a prescindere dalle specifiche condizioni locali. Sono prescrittivi per la scuola e sottoposti a verifica interna ed esterna (mediante autovalutazione, controllo di gestione, valutazioni di sistema).

Siamo fiduciosi che i materiali messi a disposizione nei 16 volumi della 'collana' dei gruppi di ricerca operanti in Emilia-Romagna (circa 2.000 pagine a stampa[1]) possano rappresentare uno stimolo per far crescere la partecipazione e la professionalità degli operatori scolastici.

Ma la risposta, ora, appartiene solo ai lettori.

[1] Altri materiali saranno disponibili in rete sul sito *web: http://85.18.135.22/gruppiricerca/*, non aperto al pubblico alla data di pubblicazione del volume.

Collana 'Quaderni dei Gruppi di ricerca USR e IRRE Emilia-Romagna'

Piano della collana (2007)

N.	*Titolo*
1	Arte
2	Attività motorie
3	Geografia
4	Lingua italiana
5	Lingue straniere
6	Matematica
7	Musica
8	Scienze
9	Storia
10	Tecnologia
11	Funzioni tutoriali
12	Unità di apprendimento
13	Idea di persona
14	Laboratori
15	Personalizzazione
16	Portfolio

I volumi della Collana sono pubblicati dalla Casa editrice Tecnodid di Napoli.
Una copia dei testi è inviata gratuitamente a tutte le istituzioni scolastiche della regione Emilia-Romagna. Altre copie possono essere richieste alla casa editrice al prezzo indicato in copertina.

Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna
Piazza XX Settembre, 1 - 40121 Bologna - Tel. 051 4215711
E-mail: direzione-emiliaromagna@istruzione.it
Sito web: www.istruzioneer.it

Direttore Generale: Luigi Catalano
Ufficio V - Formazione, autonomia e iniziative editoriali
Dirigente: Giancarlo Cerini

Per informazioni relative alla distribuzione dei volumi: Anna Monti - Tel. 051 4215733
E-mail: anna.monti@istruzione.it

Finito di stampare nel mese di marzo 2007 per conto della Tecnodid Ed. srl - Piazza Carlo III, 42 - 80137 (NA)
dalla Editor Tipografia - Melito di Napoli