

Le valenze orientative della matematica

PROGETTO ORIENTAMENTO D.M.31.10.1996

GRUPPO NAZIONALE DI PRODUZIONE

Settembre/Ottobre 1997

Alberta De Flora
Ispettrice Ministero Università Ricerca

Premessa

È presente anche nel dibattito odierno la questione, peraltro molto antica, della funzione della matematica nella conoscenza umana. La matematica, strumento fondamentale della nostra comprensione del mondo, è uno dei prodotti dell'attività delle reti di neuroni del nostro sistema nervoso centrale, o esiste fuori di noi, in un mondo delle Idee Pure di cui i fenomeni terrestri sono l'immagine e che i matematici cercano faticosamente di esplorare?

Forse la verità, nel dibattito tra neurobiologi, fisici e matematici sta nel fatto che le leggi che presiedono al funzionamento della macchina del mondo sono le stesse che fanno funzionare il cervello umano. Questa verità, sia pure provvisoria, può estendersi al rapporto individuo e cultura e fornire il paradigma di riferimento dell'apprendimento della matematica da parte di ciascuno di noi: abbiamo fiducia di poter rifare il cammino dei matematici affidandoci alle capacità possedute, sia pure in diversa misura, da ciascuno di noi. E tuttavia tale percorso appare fortemente condizionato dalla esperienza storica che si ha di esso all'interno dell'istituzione scolastica.

L'organizzazione del processo didattico non si alimenta, solitamente, delle conoscenze ed abilità già possedute dall'alunno/a come esito delle influenze dovute all'ambiente familiare e sociale di provenienza

"Sembra che i bambini trattino la lezione di aritmetica come un contesto in cui si imparano regole, ma che siano in qualche modo scoraggiati dal portare a scuola le conoscenze numeriche acquisite in contesti quotidiani... Molti studi mostrano che non solo la scuola sembra non contribuire in un modo ovvio e diretto al rendimento extrascolastico, ma che la conoscenza acquisita al di fuori non sempre è usata come supporto dell'apprendimento a scuola. La scuola sta cominciando ad apparire sempre più isolata dal resto di ciò che facciamo" ⁽¹⁾.

I testi scolastici, inoltre, danno per scontata una presentazione dei processi e delle nozioni che tiene conto delle linee di sviluppo proprie della struttura della disciplina, accettando un'inesistente analogia tra l'organizzazione sistematica dell'insieme dei concetti matematici e processo di acquisizione della conoscenza in questo settore. Non si tien conto del fatto che la matematica, come ogni conoscenza umana, può essere ricostruita in una sua unità interna da molti punti di vista e in molti modi.

L'esperienza scolastica dell'apprendimento matematico appare, per molti, troppo distante dalle proprie possibilità di comprensione. Una delle cause di

⁽¹⁾ L.B. Resnick, *Imparare dentro e fuori la scuola*, in C. Pontecorvo, A. M. Ajello, C. Zucchermaglio (a cura di) *I contesti sociali dell'apprendimento*, cit.p. 68.

tale estraniamento consiste nel fatto che il processo non viene attivato a partire dalla matrice cognitiva del soggetto, cioè dall'insieme delle sue rappresentazioni interne, dei concetti e degli atteggiamenti ad essi connessi, dei pregiudizi, delle provvisorie e spesso errate sue costruzioni ed interpretazioni dei fatti e della vita.

Soltanto in pochi casi l'apprendimento della matematica è avvenuto secondo un'inclinazione che da sempre ha attratto l'uomo e la donna: quello di confrontarsi con se stesso/a, di mettere alla prova la propria logica e capacità di risolvere problemi.

Non è un caso che abbiano conservato il nome di olimpiadi matematiche le gare tra giovani di paesi europei diversi su problemi di matematica a ricordo e proseguimento anche di quelle *mathematchae disfidae* che erano l'analogo dei tornei cavallereschi nei secoli passati.

L'apprendimento della matematica, dei fatti, dei concetti e delle procedure che essa coinvolge possono essere acquisiti attraverso una pratica che faccia intendere le parole che utilizza, ricostruendo e ripercorrendo "i sentieri e le modalità attraverso i quali quelle parole, nel loro senso e nel loro suono, sono maturate e sono state costruite" ⁽²⁾.

In quanto poi ai contenuti, tra quelli che vuoi la tradizione, vuoi le norme prevedono, sono da utilizzare quelli che rispondono agli interrogativi esistenziali che il ragazzo si pone, come individuo e come membro di una collettività, facendoli emergere, valorizzandoli e confrontandoli con quelli posti dal sapere adulto.

Il soddisfacimento dei bisogni affettivi, cosa fare della propria vita e del tempo presente può costituire, infatti, una sorta di bussola nella determinazione delle situazioni formative da affrontare nella scuola e solo successivamente, le materie entrano in scena per alimentare percorsi e fornire la strumentazione adeguata alla realizzazione di quel miniprogetto di vita che è la singola situazione formativa, nella convinzione che la qualità di un processo di apprendimento di un concetto o di una strategia sta nella capacità di coinvolgimento in esso, cosicché l'allievo si immedesima nel matematico, nel problema e nel tempo che li ha prodotti.

"L'aritmetica non era davvero il mio forte, i problemi li trovavo molto stupidi: qual è la somma che si ottiene riempiendo un cestino con tre quarti di mele, un ottavo di albicocche e due sedicesimi di qualcos'altro? Non vedevo proprio il problema; mi domandavo perché mai si dovesse combinare un cestino a quel modo e, di conseguenza, non vedevo soluzioni possibili" dice Marguerite Yourcenar nel suo "Ad occhi aperti".

L'esperienza della Yourcenar sembra ripetersi ancora e sembrano ripresentarsi ancora quegli atteggiamenti negativi nei confronti della matematica. Si dovrebbero, invece, porre agli studenti situazioni che siano effettivamente problematiche e che impegnino le loro capacità di immaginazione.

Un altro aspetto della realtà contemporanea sembra coinvolgere da vicino l'apprendimento della matematica per i suoi aspetti autoriflessivi. La

⁽²⁾ T. De Mauro, in Studi e Documenti degli *Annali della Pubblica Istruzione* 78, p. 314

tecnologia attuale permette, ad esempio, di realizzare ambienti tridimensionali virtuali in cui l'utente può interagire con l'uso di *input device dedicati* attraverso i quali lo spazio virtuale, rappresentato sullo schermo del computer, si fonde con lo spazio reale dell'utente e quindi punta proprio su questa capacità di coinvolgimento e di immersione totale dell'utente nei suoi artefatti. La matematica ha da tempo descritti i mondi possibili da un punto di vista logico e geometrico ed è in grado di sciogliere quel senso di vertigine che coglie quando si è di fronte ad una rappresentazione capace di includere il contesto esterno a lei e in cui essa si colloca.

Un'altra istanza della società contemporanea si impone alla scuola: il senso direzionale dell'apprendimento si materializza sempre più nello scambio di informazioni e nella comunicazione piuttosto che nella trasmissione di saperi secondo linee discendenti.

La comunicazione si pone come elemento chiave della relazione d'apprendimento oltrechè come condizione per la integrazione tra saperi. Tutto ciò comporterà una diversa organizzazione didattica.

Il metodo assiomatico della matematica sembra avere un carattere di monologo, piuttosto che di dialogo. Per superare tale condizione si dovrà presumibilmente passare ad un'idea d'apprendimento in cui il processo di conoscenza possa essere rappresentato come uno scambio interattivo con altri sistemi di conoscenza, di solito considerati distanti ed estranei. Uno dei modi possibili consiste nel porre al centro dei processi d'apprendimento i giovani con i loro bisogni che sono naturalmente complessi e rivolti ai diversi aspetti del vivere nella consapevolezza che "l'attività principale di tutti gli esseri umani dovunque si trovino è di estrarre significato dai loro incontri con il mondo" ⁽³⁾.

È L. Resnick che ci ricorda che "molte delle attività esterne alla scuola sono condivise socialmente: il lavoro, la vita personale e il divertimento hanno luogo all'interno di sistemi sociali, e l'abilità di ogni persona di funzionare con successo dipende da quello che fanno gli altri e da come si mescola il rendimento fisico e mentale di numerosi individui" ⁽⁴⁾.

Molte esperienze scolastiche che hanno come fulcro l'attività laboratoriale hanno sottolineato l'importanza della costruzione collaborativa dei concetti matematici ⁽⁵⁾.

I processi d'apprendimento della matematica imperniati sulle istanze giovanili e che, pur rispettando le caratteristiche di processi in grado di formare competenze, si caricano di valenze orientative.

Ciascuno di noi si racconta attraverso gli atteggiamenti che esplica all'interno di situazioni socializzanti. Il ragazzo posto in una situazione formativa che richiede determinati atteggiamenti si sentirà spinto a raggiungerli e anche a mantenere il controllo sul processo che li vede come esiti, sempreché abbia interesse a mantenere alto il livello di motivazione e volizione.

⁽³⁾ J. Bruner, *Cultura e sviluppo umano*, in C. Pontecorvo, A. M. Ajello, C. Zucchermaglio, *I contesti sociali dell'apprendimento*, LED-Zanichelli, Milano, 1995 p. 43.

⁽⁴⁾ Ibidem, p. 62

⁽⁵⁾ A. Orlandoni (a cura di), *Il laboratorio di matematica*, IRSSAE/ER, 1995.

Nelle situazioni formative ,presentate nel capitolo precedente, i ragazzi trovano *motivazione*, proprio perché in collegamento con lo sviluppo del sé, nel costruire ed elaborare concetti, schemi e strategie, ma anche a sviluppare atteggiamenti di controllo dei processi necessari al loro progredire, nella convinzione che si imparano ad usare le abilità matematiche, come del resto ogni altra, solo se si è capito quali abilità si posseggono e si possono utilizzare.

1. L'apprendimento della matematica è orientante?

Parlando delle intelligenze che compongono il profilo cognitivo umano, Gardner le intende come potenzialità capaci "di entrare in sistemi simbolici con possibilità di evolversi attraverso la loro partecipazione all'espletamento di compiti culturali". In particolare questo vale per l'intelligenza logico matematica, per cui nello sviluppo di ciascuno si realizza il suo potenziale intrinseco ⁽⁶⁾.

In altri contesti nazionali europei e non, sono state svolte indagini per individuare le abilità matematiche di base. Gli esiti di tali indagini classificano come abilità essenziali alcune competenze numeriche, alcune nozioni di geometria, la comprensione di tavole, grafici e diagrammi. Ma al di là dell'individuazione di alcune abilità, appare importante sottolineare alcuni atteggiamenti fortemente incoraggiati dal mondo matematico anche se non in modo esclusivo. Vale la pena sottolinearne almeno due.

Il matematico affonda i suoi giudizi su uno scetticismo di fondo che gli suggerisce di non accettare come veri fatti o asserzioni che non abbiano un riscontro sicuro e che non siano, più o meno direttamente, riferibili a principi accettati. Diversamente dal giudice, che pure cerca riscontri, il matematico non li trova nei fatti accaduti e non fa confronti con quanto la legge consente o vieta, ma con un insieme di affermazioni, ritenute valide, su " fatti matematici".

Il ragazzo impegnato nella costruzione del proprio futuro dovrebbe, analogamente, maturare atteggiamenti di cautela e prudenza nella costruzione del proprio progetto e vagliare analiticamente i passi su cui essa si regge. Questo modo di procedere si alimenta inoltre di successivi elementi di autovalutazione.

Il matematico, inoltre, vuole convincere altri e per questo deve sviluppare il percorso del suo ragionamento senza fare errori.

Nella formazione individuale, poca attenzione si fa a questa modalità di sviluppo, che pure appare importante anche ai fini della formazione dell'intelligenza *intrapersonale*.

"Considerare cruciale per l'appropriazione delle conoscenze da parte dei ragazzi la funzione dell'argomentazione vuol dire riconoscere il ruolo positivo del reciproco contrapporsi e insieme valorizzare il carattere "esterno" ed esplicito di un'interazione che consente di ragionare sul proprio pensiero attraverso il pensiero-discorso degli altri" ⁽⁷⁾

⁽⁶⁾ H. Gardner, *Formae mentis*, Feltrinelli, , 3^a ed., 1997, p. 300.

⁽⁷⁾ C. Pontecorvo, A. M. Ajello, C. Zucchermaglio, op. cit., p. 36.

È indubbio che gli atteggiamenti presi in considerazione siano il frutto di un lavoro lungo e paziente, non esente da difficoltà perché passa attraverso la comprensione di concetti, schemi e procedure non da tutti facilmente assimilabili.

Una delle ragioni per cui la matematica risulta una materia difficile da apprendere dipende dal fatto che è organizzata gerarchicamente. Questo non significa che si deve seguire un ordine assoluto nell'affrontare i vari temi, ma che la capacità di affrontare un nuovo argomento dipende, in larga misura, da una sufficiente comprensione di uno o più concetti che sono stati affrontati in precedenza. Se si aggiunge che gli alunni, come del resto gli adulti, imparano matematica a velocità molto differenziata gli uni dagli altri, ciò significa che tra alunni della stessa età ci sono acquisizioni molto diverse.

È pur vero che, nella pratica didattica, la scelta dei percorsi operata dai docenti lascia ampi gradi di flessibilità e allenta i vincoli dovuti alla gerarchia concettuale d'insieme.

La matematica è, inoltre, una materia che richiede molta applicazione e molte esercitazioni, qualunque sia il livello di difficoltà da affrontare. Spesso il ritmo di apprendimento proposto è troppo veloce.

2. Il processo d'apprendimento della matematica e le altre materie

In molti campi si pone il rapporto matematica-realtà, ad esempio nello studio della geografia, dell'educazione tecnica, delle scienze, ecc.

A capire l'importanza degli strumenti matematici i ragazzi dovrebbero arrivare per scoperta attraverso l'analisi di materiale prelevato da riviste, giornali o da altre fonti di stampa o da informazioni raccolte da loro stessi. Dovrebbero arrivare a scoprire l'utilità di presentare informazioni mediante grafi, diagrammi e tavole o frecce per denotare relazioni e comprendere in che modo queste presentazioni offrono vantaggi. Dovrebbero esprimere poi i fatti espressi con strumenti matematici con altri codici per verificare se si conservano i significati e quanto costa mantenerli.

I ragazzi hanno interesse per la realtà che li circonda. Dalla biologia alla fisica, dalla tecnologia all'economia, alle scienze sociali, alla musica. Su questi fatti i giovani vengono per lo più informati dai media, ma molto probabilmente ne colgono il senso generale, ma spesso la comprensione resta a livello superficiale. Riescono a cogliere gli esiti, ma non il lavoro che sta dietro, il lungo cammino delle idee che li hanno prodotti.

La permanenza davanti allo schermo televisivo abitua ad una ricezione passiva e a non partecipare attivamente alla costruzione dell'informazione fruita. La matematica, che abitua a cogliere l'essenziale, può rendere più a portata di mano questo "saper vedere", può aiutare a fissare le idee attraverso simboli e relazioni, a passare da un'osservazione superficiale a una più profonda comprensione e favorire l'integrazione tra saperi.

C'è, inoltre, l'esigenza di parlare delle cose viste e colte e allora bisogna impadronirsi dei codici, che possono essere fatti di parole, segni,

rappresentazioni varie. Di più la capacità di percepire schemi simbolici potrebbe essere la spia per accorgersi dello sviluppo di abilità matematiche.

3. Quale disposizione per la matematica?

Sono molte le persone adulte che traggono piacere dal risolvere giochi enigmistici e problemi posti nello stesso ambito. Sono persone che alimentano e confermano il proprio senso di sé attraverso l'utilizzazione della loro intelligenza logico matematica. Nella sfida a loro posta da giochi ed enigmi utilizzano conoscenze dichiarative e procedurali e tra queste ultime quelle di tipo euristico. In altre parole, si comportano come matematici, sia pure cimentandosi su contenuti molto modesti e padroneggiando quadri culturali molto limitati. Ma ciò che più conta è che traggono piacere dal porsi nuovi problemi e risolverli o sviluppare strategie sulla base di quelle già note e più volte esplorate.

Sicuramente quelli che si occupano di enigmistica, ma anche quelli che si occupano di giochi quali scacchi, bridge, ecc. sperimentano quella sorta di flessibilità nel rigore che accompagna il lavoro del matematico creativo, il quale inventa le regole del gioco, per così dire, ma fa in modo che alla fine siano coerenti tra loro e consentano di svolgere un gioco interessante.

Riuscire in un gioco matematico può dare un senso di esaltazione, ma anche rendere dei servizi molto utili. Si pensi che il funzionario di corte e matematico Viète rese alla corona di Francia un servizio molto utile decodificando i dispacci degli spagnoli con i quali nel Seicento i francesi erano in guerra o alla macchina "Enigma" utilizzata dai Tedeschi durante la seconda guerra mondiale per trasmettere messaggi in codice ai propri reparti e a quelli alleati. Ora la teoria dei codici costituisce un capitolo delle Teorie dell'informazione e, pur non considerando la segretezza, è in grado di spiegarne l'origine e le modalità di espletarsi.

Lo sviluppo della tecnologia può essere letto come l'esito di una lunga partita giocata dall'uomo per vincere le sfide che le organizzazioni sociali e produttive hanno via via poste sul tappeto.

Anche l'utilizzazione del computer comporta il dispiegarsi di abilità logico matematiche in misure diverse a seconda delle prestazioni che si desiderano. Ma è proprio nell'interazione uomo computer, se lo strumento non è utilizzato ai livelli più bassi, che vengono alla ribalta anche abilità intrapersonali, quali capacità di controllo sul proprio progettare e mantenimento della tensione necessaria a portare avanti compiti nuovi analogamente a quanto si trova a fare un giovane nei confronti dello studio o della gestione del proprio futuro.

I contesti sociali, che pongono nuove esigenze realizzative suggeriscono anche le competenze desiderabili e i giovani sono, talvolta, in grado di intuirne l'esigenza.

Si è fatto cenno alle procedure euristiche utilizzate, talvolta, nella risoluzione di problemi enigmistici o di altri giochi. Tali tecniche hanno valore orientativo in quanto sostengono lo sforzo nella ricerca di soluzioni, ma possono sostenere, altresì, sforzi di ricerca di soluzioni in campi affatto diversi da quelli già menzionati. Si allude a tecniche di generalizzazione (o particolarizzazione), di problem posing, ecc.

In sintesi, i giovani provano interesse per la matematica quando devono risolvere problemi appartenenti a contesti familiari e che risultino quindi significativi. In tali casi sono più disposti ad apprendere le strategie di risoluzione che vuol dire stabilire se il problema ammette o no soluzioni e nella prima eventualità dare sulle soluzioni il massimo di informazioni.

Un'osservazione va riservata ad un'affermazione constatativa sul diverso esito che ragazzi e ragazze hanno nei profitti matematici a scuola, ma anche nell'approccio alla tecnologia informatica e che vedono il grado complessivo di *performance* delle ragazze significativamente più basso di quello dei ragazzi ⁽⁸⁾.

Non è facile stabilire perché le ragazze hanno meno successo dei ragazzi e sono state avanzate molte ragioni plausibili. Alcune di queste si riferiscono a ragioni biologiche, altre allo sviluppo infantile e a fattori sociali, altri a motivi interni alla scuola ed altri alle attese sociali.

Se si pensa che l'interazione in classe e le aspettative giochino un ruolo orientante primario, si possono tenere presenti le indicazioni fornite al Quarto Congresso Internazionale sull'insegnamento della matematica, tenuto a Berkeley (CA) nel 1981 in cui figurava come tema la comparazione dei rendimenti scolastici di ragazze e ragazzi, sintetizzabili in diverse strategie da adottare da parte dei docenti per contrastare stereotipi circa la supposta maggiore propensione dei ragazzi per la matematica e che toccano l'interazione in classe, ma anche la compilazione dei libri di testo e, in generale, l'immaginario collettivo.

4. La matematica come mezzo di comunicazione.

La matematica fornisce uno strumento di comunicazione che è potente, conciso e non ambiguo.

Il problema è semmai di accorgersene e padroneggiarlo in una certa misura: appare prioritario il fatto che deve essere la situazione formativa a farne nascere il bisogno.

La matematica può essere usata per presentare informazioni in molti modi, non soltanto per mezzo di figure, numeri e lettere, ma anche attraverso l'uso di tabelle, grafici e diagrammi, così come di grafi.

La matematica fornisce uno strumento di comunicazione dell'informazione perché fa uso esteso della notazione simbolica. Ma è proprio dalla necessità d'uso della notazione simbolica per raggiungere il livello astratto dei concetti e delle idee sottese al suo interno e dalla necessità poi di interpretarla che scaturiscono le difficoltà di essere capita e utilizzata.

⁽⁸⁾ Confermano questo stato di cose i rapporti relativi a diverse indagini, studi e ricerche, tra i quali:

Fox, L. H. Brody, L. Tobin, *Women and the mathematical mystique*, Johns Hopkins, U.P., 1980.

M. Levine, *Identifications of reasons why qualified women do not pursue mathematical careers, report of the National Science Foundation*, USA, 1976.

H.B. Shuard, *Differences in mathematical performance between girls and boys*, in Mathematics counts, report of Committee of Inquiry the Teaching of Mathematics in Schools under the Chairmanship of Dr W.H. Cockcroft, 1982 *Learning Mathematics*, IAEP, International Testing Service, Princeton, 1992.

Progetto CEE, *Uguaglianza di opportunità per le ragazze nell'istruzione*, Relazione finale, Anno ricerca 1989-90 materiale grigio dell'IRRSAE/Emilia-Romagna.

I problemi che così si incontrano non sono quelli che si incontrano nell'imparare ad usare la propria lingua materna. Quest'ultima fornisce un mezzo di comunicazione che è sempre usato e che è imparato per la maggior parte naturalmente, anche se la padronanza della lingua ha bisogno di essere ampliata a scuola. Di più, errori di grammatica e di pronuncia non precludono, in generale, la comprensione del messaggio che si sta veicolando.

Diversamente, la matematica non viene appresa spontaneamente dalla maggior parte degli individui nel modo in cui è vero per la lingua materna. Non è costantemente usata, deve essere imparata ed esercitata, gli errori hanno conseguenze maggiori.

Anche la matematica trasmette informazioni, ma in modo più conciso e sintetico di quanto non avvenga usualmente con la parola scritta e parlata. Per questa ragione si impiega molto tempo ad acquisire familiarità non soltanto con le idee e le procedure, ma ad utilizzarle con confidenza e con facilità.

Di questi fatti il ragazzo dovrebbe essere reso consapevole per accettare di non comprendere tutto e subito e di usufruire di una didattica che faccia cogliere l'importanza di passare da una formulazione a parole ad un'altra basata su simboli, da una scritta ad un'altra che utilizzi forme codificate non verbali.

I ragazzi dovrebbero, inoltre, accorgersi del fatto che le figure ed altri simboli utilizzati in matematica possono essere manipolati e combinati in modi sistematici cosicché è spesso possibile dedurre ulteriori informazioni sulla situazione alla quale ci si riferisce. Per esempio, se ci vien detto che un'automobile ha viaggiato per 3 ore ad una velocità media di 80 chilometri all'ora, possiamo dedurre che ha percorso una distanza di 240 chilometri. Per ottenere questo risultato usiamo il fatto che:

$$80 \times 3 = 240$$

Questo enunciato rappresenta, però, anche il calcolo richiesto per trovare la spesa per acquistare 80 articoli ciascuno del costo di 3 milioni, l'area di un tappeto che ricopre un corridoio lungo 80 metri e largo 3 metri e inoltre altre cose simili.

Questo fornisce un'illustrazione del fatto che la stessa proposizione matematica può rappresentare diverse situazioni. Ciò ha importanti conseguenze. Per il fatto che lo stesso enunciato può riferirsi a più di una situazione, risultati che si sono ottenuti nel risolvere un problema, sorto in un certo contesto, possono essere riconosciuti come applicabili in un altro contesto.

In questo modo la matematica può essere usata non solo per spiegare il risultato di un evento che è già accaduto ma anche, e ciò è forse più importante, per predire il risultato di un evento che deve ancora avvenire. Tale predizione può essere semplice, ad esempio la quantità di benzina necessaria per compiere un viaggio, il suo costo e il tempo che durerà il viaggio; o può essere complesso, come la traiettoria che sarà seguita da un aereo in volo o il carico che può essere sopportato da un ponte progettato.

È stata proprio l'abilità di predizione dei matematici che ha consentito molti avanzamenti tecnologici e la gestione di organizzazioni complesse.

Tra i compiti fondamentali che i giovani devono affrontare v'è sicuramente quello di prefigurare il proprio progetto di studio e di vita e le abilità matematiche acquisite possono sostenere le scelte da farsi.

Anche se non è di immediata evidenza, si può far cogliere ai giovani il messaggio che la presenza di fondamentali abilità matematiche è di importanza centrale per ogni ulteriore formazione o anche per l'impiego oltretutto per la realizzazione del sé.

A tutti i livelli di impiego dipendente, la comprensione di semplici concetti matematici metterà in grado di nutrire un interesse intelligente per il lavoro quando questo si modificherà per effetto dell'automatizzazione. Il bisogno di capire sarà rivolto non solo alle procedure che lo coinvolgeranno direttamente nel lavoro, ma servirà se il lavoratore vorrà capire le *performance* finanziarie della sua compagnia e partecipare intelligentemente agli aspetti di gestione che egli potrà influenzare.

Al pari della lingua materna, la matematica si fa strumento di livello metacognitivo: fa raggiungere la capacità di controllo della comunicazione che veicola e, in questo senso, educa al comunicare.

5. La matematica e la sua storia passata e presente

Nel presentare le tappe raggiunte e superate nella sua plurimillennaria storia, la matematica può offrire molti contributi alla crescita della dimensione storica del sapere. Recuperare e comprendere anche una parte della storia di una disciplina è, per il cittadino occidentale, far crescere la dimensione individuale in quanto si rende partecipe del lavoro collettivo portato avanti nei secoli all'interno della sua civiltà. La matematica, che ha anticipato per più di un millennio il sorgere delle scienze, può insegnare, in aggiunta alle sue acquisizioni che sono sotto gli occhi di tutti, le molte battaglie perse, le fallacie nelle quali è caduta, i periodi di non avanzamento così come quelli di conquiste successive. L'esperienza storica di una disciplina può educare alla comprensione dell'esperienza individuale e quella della matematica può parlare di qualunque sua tappa, poiché accompagna l'uomo dal momento in cui ha iniziato a guardare al mondo e a speculare su di esso.

Nel ventesimo secolo, poi, ha avuto enormi sviluppi ed ha palesato la capacità di adeguarsi ai tempi e quasi rifondarsi: le esigenze di progettazione, di operare in modo sicuro ma elaborando grandi quantità di dati e in tempi compatibili con quelli della vita del XX secolo hanno accelerato lo sviluppo del pensiero algoritmico, di fare procedurale, delle strategie di problem solving e di tutto quanto è utili al progettare.

Nella scuola si possono acquisire capacità preziose per collocarsi nel mondo, ma la matematica appare come strumento privilegiato per questo scopo.

Certo l'insegnamento e quindi la responsabilità adulta, è chiamato a rinnovarsi profondamente e a misurarsi con le esigenze che i tempi pongono accettando la sfida che l'avvento dei computer e della tecnologia ha lanciato da tempo e che attende di essere raccolta.

Si può giocare, per questo, anche sulle scelte dei contenuti, individuando quelli che sono più utili alla costruzione dell'edificio matematico che ciascuno

deve formarsi tenendo presenti istanze diverse che possono essere quelle motivazionali, con forte incidenza sull'emozionalità giovanile (quali ad esempio, nella geometria gli aspetti dinamico trasformazionali) o che hanno una rilevanza sul piano didattico (e che costituiscono gli strumenti di base quali le operazioni aritmetiche, i concetti di rapporto, proporzione e misura) o che rivestono rilevanza sociale perché legati alla tecnologia e agli sviluppi del calcolo scientifico (quali i concetti di variabile, funzione, procedura e logici).

Si dovrà, però, porre i giovani nella condizione di controllare la crescita del proprio edificio (matematico) in modo incoraggiante ed efficace.

Esemplificazione 1

All'inizio di ogni anno scolastico i mass media si occupano dei libri di testo, del loro peso e della spesa sostenuta dalle famiglie. I mezzi di comunicazione di massa si "buttano", talvolta, in congetture che meritano di essere comprese e verificate. Tali operazioni si collocano all'interno di un percorso di acquisizione di una capacità trasversale ai vari saperi, che potrebbe essere descritta nel modo seguente: **saper elaborare e interpretare dati quantitativi all'interno di compiti della vita reale.**

La matematica può offrire strumenti per valutare la validità di certe congetture, fare valutazioni sulla convenienza o meno di certe scelte e interpretare i dati statistici.

Si propone un esempio in tale direzione, partendo dal tema proposto all'inizio del paragrafo.

Poniamoci le domande: quanto pesa mediamente uno zainetto riempito di libri scolastici e qual è il peso tollerabile?

I dati che vengono diffusi dai mass media parlano di un peso attorno ai 10 chili e se, per ipotesi, supponiamo che il giovane o la giovane che porta lo zainetto pesante 10 chili abbia un peso di 38 chili allora egli o ella trasporta una quantità pari al 26% del suo peso corporeo. È tanto? È troppo?

Per deciderlo ci manca un'informazione. La seguente: quale peso indicano gli esperti sia tollerabile dai ragazzi e dalle ragazze dell'età che qui interessa.

Gli esperti non ci dicono il peso ideale dello zainetto, ma la percentuale massima di carico tollerabile. Questa percentuale è del 15% del peso corporeo. Se viene superata, si corre il rischio di arrecare danni alla colonna vertebrale.

Detto questo, ogni ragazzo o ragazza potrà calcolare, applicando un semplice calcolo, il peso massimo del proprio zainetto risolvendo la seguente proporzione:

$$\text{Peso individuale} : \text{peso max zainetto} = 100 : 15$$

Si può in tal modo ottenere un'indicazione da tener presente ogni giorno al momento di preparare lo zainetto.

Ci si può chiedere se anche in altri paesi i ragazzi seguono la stessa indicazione. Si sa che in Francia il peso indicato come tollerabile si aggira attorno al 10% del peso corporeo di ciascuno. Si aprono così degli interrogativi sul perché il limite indicato dagli esperti italiani è superiore a quello posto in

Francia. Ci sono forse ricerche francesi che individuano il sorgere di danni vertebrali per pesi compresi tra il 10% e il 15% del peso corporeo individuale? Oppure il limite del 10% poggia su considerazioni e opzioni di natura diversa da quelle mediche? Ad esempio, si vuole indurre le case editrici francesi ad alleggerire i libri e si è posto così un limite più basso di quello consentito?

Si possono fare ipotesi, mettere in moto situazioni di problem posing e cercare di dare delle risposte attraverso delle ricerche organizzate.

Ma il problema degli zainetti potrebbe presentare altri punti d'interesse.

Per le famiglie italiane si pone, ogni anno, il problema del "caro-libri". Tale questione consiste nel fatto che i prezzi dei libri scolastici crescono più dell'inflazione. Per vagliare tale affermazione, è necessario raccogliere qualche informazione. L'anno scorso il prezzo calcolato per chilogrammo è stato di 26180 lire, quest'anno esso si aggira sulle 27.612 lire. Si può ora calcolare il valore percentuale della crescita del prezzo per chilogrammo e valutare se tale incremento supera o no il valore dell'inflazione programmata per il 1997, impostando un'altra proporzione.

Ci si può chiedere poi: come fare a ridurre il costo dei libri? Ovviamente lo si può fare o diminuendo la mole dei libri o, a parità di mole, calare il prezzo per chilogrammo. Quale delle due vie è percorribile? Quali sono i vincoli da rispettare?

Per rispondere alle domande poste si dovranno attendere le decisioni prese dalle case editrici, che stanno studiando concordemente il da farsi.

L'elemento di vincolo da tenere presente è che finora sono solo dodici le case editrici che detengono l'80% del mercato e questa situazione si configura come di quasi monopolio del mercato, come ha recentemente segnalato l'autorità Antitrust.

Si apre così un altro scenario: cosa vuol dire antitrust, come si deve fare perché non si presenti una situazione di monopolio, ecc. Tutto questo può riguardare un'altra unità di lavoro.

Un elemento a conferma di quanto detto più sopra sta nel confronto tra il calcolo del costo medio di un libro di testo in Italia con quello di altri paesi. In Germania, ad esempio, il costo medio di ogni libro scolastico si aggira sulle 22000 lire, mentre in Italia è prossimo alle 35000 lire.

Ogni alunno può calcolare il costo medio dei suoi libri di testo (escludendo atlanti e vocabolari) e vedere se il costo così ottenuto è prossimo a quello indicato a livello nazionale. Nel caso in cui se ne discostasse, così come è probabile, si dovrà allargare il campione da considerare per il calcolo del costo medio annuo per libro di testo, includendovi anche il costo dei libri di qualche classe di scuola superiore. Si può tenere come dato di riferimento, per ulteriori calcoli e verifiche, che la spesa annua per l'acquisto dei libri di testo di scuola secondaria di primo e secondo grado si aggira, mediamente, attorno a 1.592 miliardi di lire. Se si conoscesse il numero di studenti di scuola secondaria per anno scolastico si potrebbe fare un'altra verifica del dato che qualifica la spesa annua per studente, attualmente indicata attorno alle 330000.

A conclusione di questa esemplificazione si propongono alcuni dati relativi alla scuola media, dati che possono innescare altri confronti, verifiche e attività per la classe.

Ogni alunno delle scuole medie deve acquistare almeno dieci libri di testo. L'undicesimo è quello di educazione fisica, ma è considerato facoltativo. A pesare maggiormente sulle spalle degli studenti sono i libri di educazione musicale (1300 grammi, 670 pagine e un prezzo medio di 37000 lire) e le antologie (1150 grammi, 730 pagine, 38000 lire). Attorno ai 1000 grammi pesano le grammatiche d'italiano, con prezzi dalle 22900 lire alle 41700 lire. Di seguito via via si collocano in ordine decrescente i testi di storia, geografia e matematica. Tra i meno pesanti i libri di scienze (800 grammi) che hanno, però, un costo tra i più elevati se si considera il rapporto costo-numero di pagine.

Esemplificazione 2

Si propone di seguito il resoconto di un'esperienza educativa con forte valenza orientativa, realizzata in una classe di seconda media a tempo prolungato.

Dell'esperienza esiste un resoconto, sotto forma di narrazione in prima persona, di uno dei docenti del Consiglio di classe e da tale pubblicazione sono tratti gli stralci di racconto e le illustrazioni accluse ⁽⁹⁾.

L'esperienza di cui si vuol parlare consiste in un lavoro collettivo che ha richiesto studio, la realizzazione di materiali, l'imparare a memoria dei testi, il fare più volte degli esperimenti, e molte altre azioni e interazioni così come avviene in ogni compito reale e soddisfa ad un'esigenza avvertita a livello sociale di dare funzionalità e visibilità agli insegnamenti scientifici.

L'attività educativa ha fornito molte abilitazioni ai ragazzi, ad esse si farà riferimento indirettamente

La situazione formativa, centrata sul compito di portare in scena, nell'auditorio della scuola, la vita di Galileo Galilei ha diverse legittimazioni, la più importante delle quali è quella di impedire l'emarginazione sociale degli alunni attraverso la realizzazione di un'iniziativa di socializzazione positiva . La stessa situazione è stata alimentata da molte discipline di studio, dalla matematica alla fisica, dall'educazione artistica a quella tecnica, dalla lingua italiana alla religione, dall'educazione fisica alla storia, alla educazione musicale.

Protagonista la scuola con tutti i soggetti che vi operano o che vi sono interessati e che costituiscono il contesto sociale di appartenenza.

Il nostro lavoro non doveva porsi mete impossibili o traguardi ardimentosi, ma confrontandosi onestamente con la realtà scolastica, avrebbe dovuto sviluppare all'interno della scuola un tentativo di trasformazione dei rapporti alunno-insegnante, alunno scuola, genitori scuola per svolgere un lavoro che facesse sentire i ragazzi soggetti attivi nella produzione di un oggetto reale.

⁽⁹⁾ Leonardo Cheli, *Il teatro per crescere*, La ginestra di Follonica, 1995.

La rappresentazione teatrale doveva mostrare anche all'esterno il risultato delle proprie fatiche e delle proprie capacità.

I ragazzi della seconda C tempo prolungato

Alcuni di loro non avevano ben chiaro chi fosse Galileo, altri erano già spaventati al pensiero di recitare, ma nessuno di loro manifestava la ferma volontà di tirarsi indietro.

Dovevamo entrare in confidenza con Galileo, con una parte della sua opera e delle sue scoperte, che sarebbero state oggetto del nostro laboratorio e della nostra trasposizione teatrale. Si trattava di cominciare a piccoli passi iniziando documenti e biografie del nostro personaggio. Mi assunsi l'incarico di preparare delle schede, sintetiche e schematiche, sui contenuti che avremmo dovuto trattare; le leggi sul pendolo, la caduta dei gravi, il cannocchiale, la teoria Copernicana.

Dopo aver terminato di scrivere, con l'aiuto del collega di lettere, i dialoghi e le sceneggiature, verso la fine di gennaio, li abbiamo letti ai ragazzi e si è proceduto all'assegnazione dei ruoli.

Ogni scena e molti quadri dovevano essere introdotti dal narratore: per non rendere noiosa l'esposizione e soprattutto per non far cadere l'interesse dello spettatore ho pensato di far leggere le parti narrate da tre ragazzi che avessero tonalità diverse. Giovanni: una bella voce contralto, Elisa: toni da mezzosoprano e Carmela da basso. Carmela, in principio, non sapeva leggere molto bene, incespicava e faceva molte pause. Al momento della rappresentazione la sua preparazione era ottima, aveva imparato a leggere con sicurezza e con espressione.

Una volta assegnate le parti, i ragazzi si sono dati da fare per impararle a memoria. I genitori mi hanno raccontato, divertiti, dell'impegno dei figli, davanti allo specchio per apprendere movimenti e mimica facciale.

Il collega di lettere

Quando ha sentito la mia proposta non è saltato dall'entusiasmo, aveva progetti suoi e doveva trovare il modo di far coincidere la sua collaborazione con gli auto-impegni.

Poi, ha deciso, è partito in quarta e ha scritto i dialoghi della parte biografica sulla vita di Galileo della rappresentazione.

Quando abbiamo cominciato a costruire gli attrezzi di scena si è scatenato alla ricerca del materiale di cui avevamo bisogno. Mi ha trascinato nei magazzini comunali alla ricerca di ferri e tavole da recuperare.

Ha insegnato, facendo lui stesso il pittore, a verniciare ciò che si costruiva ed ha messo a disposizione una parte delle sue ore per tutte queste attività.

La collega di educazione artistica

Anna, rifugiata nella sua "aula speciale", mi manda a chiamare da un ragazzo. Comincia il lavoro: si prendono le misure del possibile palco dell'auditorio, due alunni lo disegnano in scala, lei suggerisce la posizione di panorami, quinte e trigoni, parole che distribuisce per rendere più specifico il grezzo linguaggio usato da me e dai ragazzi.

Lavora come lavorano gli artigiani con gli apprendisti di bottega, con un grembiule. Che si allaccia dietro. Ma non è mai allacciato ed è sempre pieno di macchie, insegna a disegnare e a dipingere, disegnando e dipingendo.

Una volta che si è deciso, con i nostri alunni, quali attrezzi erano necessari, si è cominciato a costruirli.

Sostituiti i trigoni con le quinte, per le difficoltà incontrate nel trovare il materiale e nella realizzazione materiale, le ha dipinte insieme al muro ed al forno per la scena del cannocchiale, la poltrona del doge, facendo intervenire i ragazzi nelle parti che richiedevano minore maestria, proprio come i grandi affrescatori rinascimentali facevano con i loro allievi.

Ha preparato tutti i bozzetti dei costumi, ha convocato i genitori a scuola per sentire la disponibilità alla preparazione degli abiti di scena.

I colleghi

Il collega di educazione fisica, Riccardo. Durante tutto l'anno scolastico, ha continuamente stimolato i ragazzi al lavoro. È stato importante il suo intervento sulle pratiche di rilassamento che sono servite ai ragazzi nei momenti di maggiore tensione, in particolare la sera prima dello spettacolo. Ha partecipato all'iniziativa manovrando con competenza "l'occhio di bue" ed i filtri colorati che avevamo in prestito da un genitore.

Il collega di musica mi ha regalato una cassetta di pezzi per pianoforte che riteneva adatti al tipo di rappresentazione che avremmo fatto.

Anna, l'insegnante di religione, ha avuto continuamente parole di incoraggiamento e si è interessata presso il parroco per un leggio che poteva servirci per il narratore. La sera della rappresentazione il parroco stesso ha assistito allo spettacolo, congratulandosi. poi. Con i ragazzi e con noi, gli insegnanti.

I genitori

Un padre falegname ci ha tagliato il multistrato per fare i cubi, ci ha aiutato ad allungare il palco utilizzando i piani dei tavoli di tecnica, ci ha preparato l'asse per il piano inclinato con un incavo perfetto nel quale scorresse la sfera d'acciaio che avevamo.

Un altro si è mobilitato per trovarci l'occhio di bue e tutte le prolunghie che potevano servirci, altri, la sera della rappresentazione, hanno scattato fotografie e fatto videoriprese per rendere indimenticabili quei momenti.

Genitori e insegnanti hanno lavorato insieme

I ragazzi, sensibili ed attenti ad afferrare atteggiamenti e mutamenti, hanno "sentito" questa partecipazione come un interesse sincero dei genitori

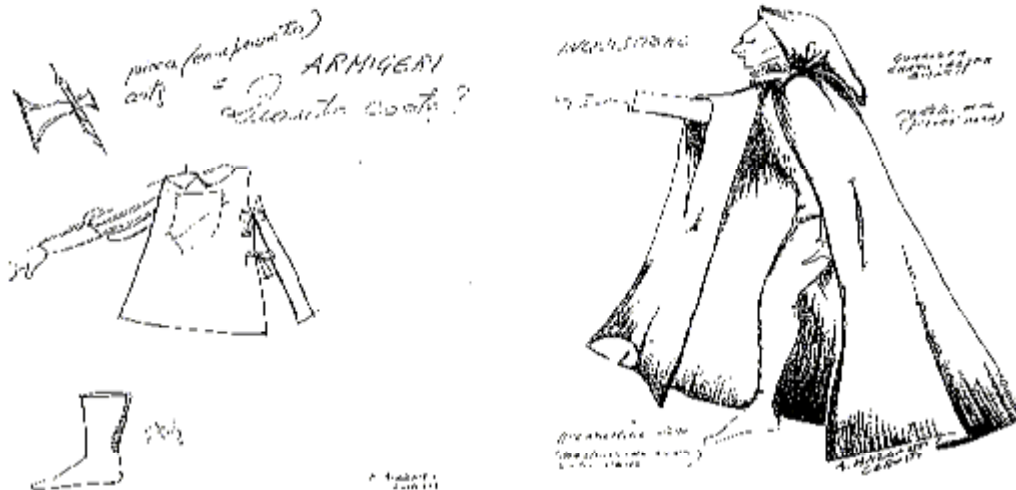
verso una loro attività che non era solo scolastica e così abbiamo raggiunto un risultato non completamente previsto. Genitori e figli hanno cominciato a parlare di scuola più serenamente.

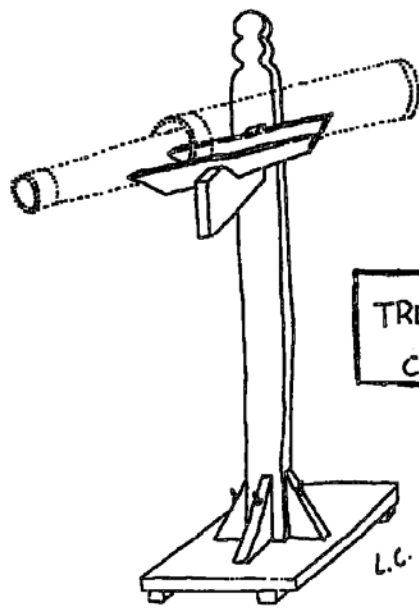
Conclusione

Ho raccontato di un'esperienza scolastica cercando di far capire con quale atteggiamento e con quali sentimenti affronto il lavoro di insegnante, quello che ho detto è la verità,....ciò che ho imparato da questa esperienza è dentro di me e verrà fuori naturalmente dalla mia testa e dal mio cuore quando dovrò confrontarmi con altri lavori.

...

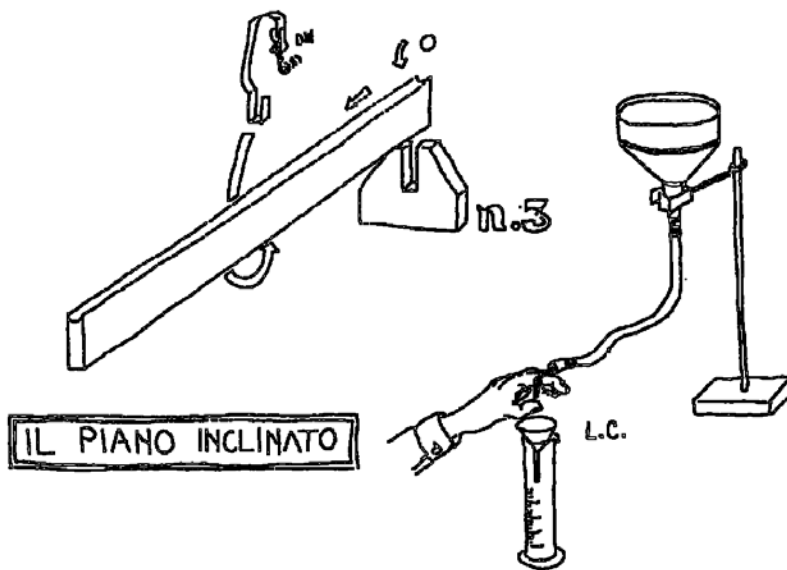
Si concludono alcune tavole illustrative e le appendici incluse nel volume.





TRESPOLO PER IL
CARNOCCIALE

L.C.



IL PIANO INCLINATO

L.C.

Appendice: Pendolo

Il laboratorio di scienze è a fianco della nostra aula, questo ha reso possibile lavorare anche quando il tempo a disposizione era molto limitato.

Un gruppo poteva restare in classe a fare esercizi scritti e l'altro fare esperimenti ed io potevo controllare la situazione spostandomi rapidamente e con facilità da una stanza all'altra.

Si è discusso brevemente su ciò che dovevamo fare, poi si è raccolto il materiale necessario.

Il filo: doveva essere sottile, ma non elastico: si è scelto del filo di nylon speciale che ha portato un ragazzo pescatore.

Il peso da appendere: piccolo per non offrire resistenza all'aria e sufficientemente pesante per avere una buona inerzia.

Ganci ed altro: si sono utilizzati dei ganci che avessero la possibilità di ruotare per impedire che il filo si attorcigliasse e il peso cominciasse a ruotare.

Un regolo di legno fissato fra gli sportelli bloccati di un armadietto del laboratorio in modo che non ci fossero rischi di oscillazioni indesiderate ha costituito il supporto per appendere i pendoli.

Un'asta di ferro con un morsetto ci ha permesso di misurare con sufficiente precisione le altezze da cui facevamo partire volta a volta. i nostri pesi.

Dopo aver fatto il pignolo sulla scelta del materiale e a metà delle attività di ricerca ho confessato ai ragazzi che per il modo con cui conducevamo l'esperienza e per i limiti dei nostri strumenti di misurazione tutti gli accorgimenti presi erano abbastanza superflui.

Per misurare i tempi avevamo cronometri di tipi diversi: sia digitali che analogici.

ESPERIENZA SU "L'ISOCRONISMO"

Abbiamo deciso di misurare il periodo delle oscillazioni in due modi diversi: si considerano intervalli di tempo costanti (ad es.: 10 sec.) e si contano le oscillazioni oppure, ed è meglio, si contano un numero fisso di oscillazioni (ad es.: 5) e si cronometra la loro durata, per fare buone misurazioni è opportuno avere almeno tre ragazzi. che misurano.

Il primo fa scattare il cronometro e conta le 5 oscillazioni a voce alta, al 5 blocca il suo cronometro, il secondo comincia a contare e dà il via al suo orologio, al 10 blocca e parte il terzo.

TEMPO	OSCIL1	OSCIL2	DIFFERENZA
0	0	0	0
10	4	5	4/5
20	9	9	4/5
30	13	14	4/5
40	17	18	4
50	21	22	4
60	25	26	4

Il moto del pendolo, nel caso di piccole oscillazioni, è armonico.
 Il periodo T è indipendente dall'ampiezza delle oscillazioni.

ESPERIENZA SU "INDIPENDENZA RISPETTO ALLA MASSA"

Si sono utilizzati piombi per la pesca da 20gr., 30gr. e 50gr.. Si sono ottenuti questi risultati:

TEMPI	PESO1		PESO2		PESO3	
0	0	0	0	0	0	0
10	9	9	9	9	9	9
30	13	14	13	14	14	14
40	17	18	18	19	18	18
50	21	22	22	23	23	22
60	26	26	26	28	28	27

La lunghezza del filo si è mantenuta costante in tutte le sei prove che abbiamo condotto.

Il periodo è indipendente dalla massa del pendolo.

ESPERIENZA SU "INFLUENZA DELLA LUNGHEZZA DEL FILO".

Per la verifica sperimentale si sono fatti oscillare pendoli le cui lunghezze stavano fra loro come 1: 4: 9. Abbiamo scelto 20 cm., 80 cm., 180 cm..

Si è verificato che il periodo del secondo pendolo è doppio del primo, mentre quello del terzo è il triplo. La legge: il periodo del pendolo è direttamente proporzionale alla radice quadrata della lunghezza, è stata solo verificata in quanto non era assolutamente possibile per noi ipotizzarne l'esistenza un po' per la superficialità delle riflessioni sulle nostre esperienze sui pendoli ed un po' per la brevità dei tempi con cui si sono condotte le prove.

TEMPO	LUNG1			LUNG4			LUNG9		
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	16	14	16	8	8	8	6	6	6
20	31	30	31	16	16	16	11	12	11
30	45	45	45	24	24	24	16	16	16
40	58	59	58	32	32	32	21	24	21
50	75	73	74	40	40	40	27	30	27
60	89	88	89	48	48	48	32	36	32